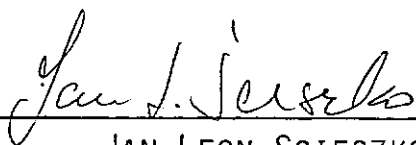


PROBLEMAS DE INSTABILIDADE DINÂMICA NA UTILIZAÇÃO DE
MOTOR PASSO A PASSO EM PLOTTER

ALCEMIR COSTA DE SOUZA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVER
SIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS RE
QUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

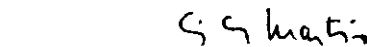
APROVADA POR:



JAN LEON SCIESZKO
PRESIDENTE



WILLIAM MITTIAS MANSOUR



LUIZ CARLOS MARTINS

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 1984

SOUZA, ALCEMIR COSTA DE

Problemas de Instabilidade Dinâmica na Utilização de Motor Passo a Passo em Plotter (Rio de Janeiro) 1984.

viii, 115 p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Mecânica, 1984)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro, COPPE.

1. Plotter com motor passo a passo I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Jan Leon Scieszko pela amizade e conhecimentos transmitidos na orientação deste trabalho.

Ao Prof. Moyses Zindeluk e aos técnicos José Stockler e Anderson Pessoa pela inestimável ajuda na parte experimental.

À Dione Pujals Wisnheski pelo apoio e compreensão durante a execução do trabalho.

À Tamara Pereira de Souza pela ajuda e execução dos desenhos.

A todos os amigos da pós-graduação e funcionários do Programa de Engenharia Mecânica que de diversas maneiras colaboraram neste trabalho.

À CAPES pelo patrocínio.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

PROBLEMAS DE INSTABILIDADE DINÂMICA NA UTILIZAÇÃO DO
MOTOR PASSO A PASSO EM PLOTTER

Alcemir Costa de Souza

Dezembro de 1984

Orientador: Jan Leon Scieszko

Programa: Engenharia Mecânica

Foi construído um modelo matemático para o desempenho dinâmico de um plotter digital acionado por um motor passo a passo. Foi efetuada uma simulação digital utilizando o método Runge-Kutta. Foi investigada a influência da frequência de pulsos no comportamento dinâmico do sistema. Resultados teóricos foram comparados com medidas experimentais, sendo a concordância considerada satisfatória. A importância do torque e do amortecimento para uma operação confiável foi demonstrada.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DYNAMIC INSTABILITY PROBLEMS IN
PLOTTER USING STEPPING MOTOR

Alcemir Costa de Souza

December, 1984

Chairman: Jan Leon Scieszko

Department: Mechanical Engineering

A mathematical model was established for the dynamic performance of a digital plotter driven by a stepping motor. Digital simulation using the Runge-Kutta method was performed. The effect of pulse frequency on the dynamic behaviour of the system was investigated. Theoretical predictions were compared with experimental measurements, the agreement being found to be satisfactory. The importance of torque and damping for reliable operation was demonstrated.

ÍNDICE

	pág.
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - FUNCIONAMENTO DO MOTOR PASSO A PASSO	
II.1. Princípio do Funcionamento	3
II.2. Torque do Motor	8
CAPÍTULO III - MODELAMENTO	
III.1. Modelo Matemático	34
III.2. Algoritmo	42
CAPÍTULO IV - BANCADA DE TESTES	
IV.1. Descrição	47
IV.2. Transdutor de Deslocamento	49
IV.3. Calibração do Sistema de Medidas	53
CAPÍTULO V - PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	58
CAPÍTULO VI - SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	64
CAPÍTULO VII - ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA	79
CAPÍTULO VIII - CONCLUSÃO E BIBLIOGRAFIA	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98

APÊNDICES

A - FORÇA MAGNÉTICA COMO FUNÇÃO DA DISTÂNCIA EM UM	
MOTOR LINEAR ELEMENTAR	100
B - TABELA DAS CURVAS DE CALIBRAÇÃO DAS FIGURAS	
4.6 E 4.7	108
C - PROGRAMA COMPUTACIONAL QUE FORNECE O TORQUE DE	
UM MOTOR PASSO A PASSO COMO FUNÇÃO DO POSICIONA	
MENTO ANGULAR DO ROTOR	109
D - SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	112

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é estudar problemas de instabilidade dinâmica no funcionamento de um plotter que utiliza motores passo a passo.

Plotter ou plotador, é um dispositivo traçador de gráficos comandado por computador. Ele possui dois mecanismos independentes para movimentar a caneta em duas direções perpendiculares. Os mecanismos de movimento são acionados cada um por um motor passo a passo distinto, considerado juntamente com o seu sistema de controle.

A precisão do plotter é fornecida pelo menor deslocamento da caneta o qual corresponde um passo do motor. Normalmente a precisão nas duas direções é igual a fixa. O funcionamento dos dois motores ao mesmo tempo e com a mesma frequência resulta no traçamento de uma linha reta inclinada de 45° . As linhas inclinadas em um ângulo aleatório podem ser feitas variando as frequências dos passos dos motores. A frequência máxima dos passos que o motor pode executar é limitada e depende da construção do motor. Isto significa que para traçar linhas inclinada

das, um dos motores funciona com freqüência máxima enquanto o outro motor funciona com uma freqüência que depende da inclinação da linha. Essas variações de freqüência criaram problemas dinâmicos nos mecanismos acionadores de um plotter construído pelo Laboratório de Dinâmica das Máquinas (COPPE/UFRJ). Problemas de ruído exagerado, aumento da amplitude de vibração dos mecanismos acionadores (indesejável para a precisão do aparelho), e até perdas ocasionais de passos de deslocamentos, verificaram-se na prática. Foram estes fenômenos que inspiraram o presente trabalho, e serão esclarecidos por meio de simulação computacional construída a partir do modelo matemático do mecanismo acionador do plotter. Fatores inerentes ao sistema tais como rigidez, atritos, massa, e torque, serão analisados e desc^{ri}ta sua influência no comportamento do sistema.

CAPÍTULO II

FUNCIONAMENTO DE UM MOTOR PASSO A PASSO

II.1. PRINCÍPIO DO FUNCIONAMENTO

Um motor passo a passo é um conversor de energia eletromecânica rotativa. Ele fornece saída na forma de deslocamentos angulares distintos quando excitado com determinados sinais elétricos. Na terminologia comum é uma máquina rotativa a qual gira com passos de ângulos estabelecidos.

O motor passo a passo tem muitas vantagens visíveis em aplicações de controle de posicionamento. A entrada de sinais é na forma de pulsos de voltagem. Conseqüentemente, a natureza digital de sua seqüência de comando permite-o ter interfaces de funcionamento com muitos tipos de computadores, transdutores e sistemas digitais com um mínimo de "hardware". Ele fornece precisão de posicionamento sem a complicação de circuito "feedback" como tacômetros, potenciômetros de erro, amplificadores, etc ...

Vários tipos de motores passo a passo têm sido estudados^{4,8,9} e este trabalho não tem por objetivo discutí-los. No entanto,

cabe assinalar que existem, basicamente, dois tipos de motores de relutância disponíveis:

- 1 - Permanent magnet motor (P_M), (motor de imã permanente).
- 2 - Variable-reluctance motor (V_R), (motor de relutância variável).

Este trabalho foi executado utilizando um motor do primeiro tipo, porém, todo o procedimento apresentado também é válido para um motor do segundo tipo com pequenas alterações.

Na Figura (2.1) é apresentado um motor passo a passo de imã permanente. O rotor apresenta um conjunto de imãs de duas polaridades dispostos simetricamente. Os estatores possuem igual número de pólos com a forma de dentes dobrados para cima e para baixo de uma maneira alternada. No interior de cada estator existe uma bobina. Quando a corrente contínua percorre as bobinas, devido ao fato dos estatores serem de metal, as extremidades dos dentes ficam polarizadas. Como exemplo as bobinas da Figura (2.1) percorridas por corrente contínua no sentido horário, polarizam os dentes dos estatores dobrados para baixo como norte (n) e como sul (s) os dentes dobrados para cima. Dessa maneira, os pólos do rotor são atraídos pelos pólos do estator A, provocando um giro do rotor no sentido anti-horário de maneira a alinhar os pólos opostos. Por outro lado, a disposição dos pólos do estator B atraem os pólos do rotor provocando um giro no sentido horário. Como as intensidades de corrente elétrica que atravessam as bobinas são iguais, as forças magnéticas nos dentes dos estatores também são iguais e o rotor fica em equilíbrio dinâmico. É dito então que o rotor está num

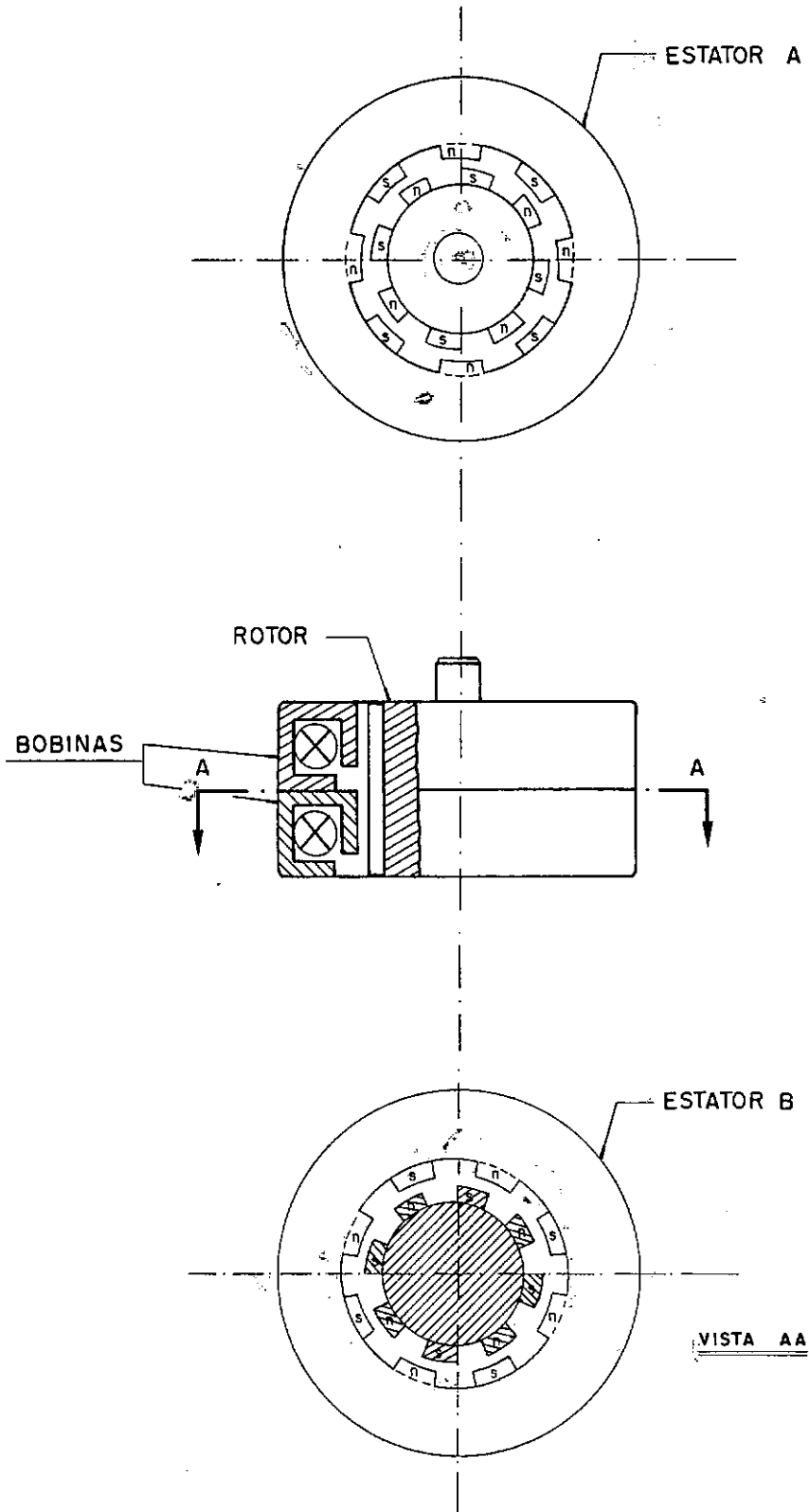


FIG. 2.1- CONFIGURAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM MOTOR PASSO A PASSO DE IMÃ PERMANENTE

ponto de equilíbrio.

Se agora for invertido o sentido da corrente na bobina do estator A, sem alterar o sentido da corrente na bobina do estator B, o estator A terá a polaridade magnética de seus dentes invertida. Devido a este fato, o estator A se aliará ao estator B de maneira a provocar um giro do rotor no sentido horário até um novo ponto de equilíbrio. Este novo ponto de equilíbrio está defasado de 22,5 graus em relação ao ponto de equilíbrio anterior para a configuração da Figura (2.1), e equivale a um passo do motor. Se após o rotor ter girado de 22,5 graus no sentido horário, for invertido o sentido da corrente do estator B, teremos o ponto de equilíbrio novamente defasado de 22,5 graus no sentido horário, e o rotor tende a girar novamente mais um passo. Assim existe uma ordem de chaveamento para o esquema apresentado pela Figura (2.2) que provoca giros sucessivos do motor e é a seguinte:

Rotação no sentido horário			Rotação no sentido anti-horário		
Passo	Chave C1	Chave C2	Passo	Chave C1	Chave C2
1º	+	+	1º	+	0
2º	-	+	2º	+	+
3º	-	-	3º	-	-
4º	+	-	4º	-	+
1º	+	+	1º	+	+

O funcionamento do motor passo a passo é simples, no entanto, para que ele funcione é necessário que exista um sistema de controle que forneça a ordem necessária de chaveamento. Isto é conseguido por meio de uma interface eletrônica a qual altera

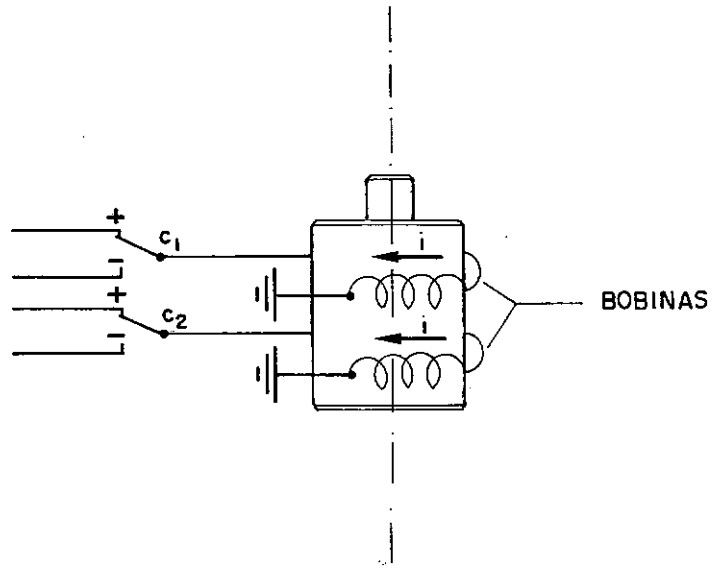


FIG. 2.2 - A POLARIDADE MAGNÉTICA DOS DENTES DOS ESTADORES É DEFINIDA PELO SENTIDO DA CORRENTE ELÉTRICA NAS BOBINAS.

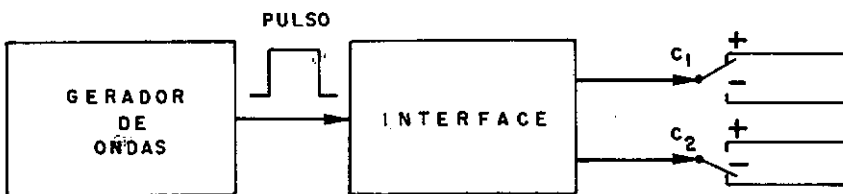


FIG. 2.3 - O SENTIDO DA CORRENTE ELÉTRICA NAS BOBINAS VARIA PARA CADA PULSO FORNECIDO PELO GERADOR, NA ORDEM DEFINIDA PELA INTERFACE.

o chaveamento de acordo com a entrada de cada pulso produzido por um gerador de ondas conforme é exemplificado pela Figura (2.3). Como o chaveamento é orientado pela interface em uma ordem estabelecida, para cada pulso como "input" tem-se um passo do motor como "output". Então, o número de passos/segundo do motor é definido pelo número de pulsos/segundo, (frequência), fornecido pelo gerador de ondas.

Para um motor do tipo apresentado o passo (p) é relacionado com o número de pólos (N) do rotor, tal que $p = \pi/N$. No exemplo em questão para $N = 8$ temos $p = \pi/8$ ou $p = 22,5$ graus.

II.2. TORQUE DO MOTOR

Como ficou demonstrado no item anterior, o motor passo a passo é impulsionado pelas forças magnéticas de seus pólos. Então é evidente que o torque fornecido pelo motor é função destas forças magnéticas. É muito importante para o desenvolvimento deste trabalho o conhecimento dos parâmetros que ditam o comportamento do torque do motor passo a passo.

De acordo com a literatura, FALCONE² e FITZGERALD¹ a força atuante em duas superfícies polarizadas é dada por:

$$F = \frac{\beta^2 S}{2\mu} \quad (2.1)$$

onde,

F = força entre as duas superfícies (Newtons)

S = seção transversal efetiva (metro²)

β = densidade de fluxo magnético (Teslas)

μ = permeabilidade magnética (Henry/metro)

O sentido da força depende do sinal dos pólos:

- pólos opostos ocorre atração;
- pólos iguais ocorre repulsão.

No motor passo a passo de imã permanente, a intensidade do campo magnético dos pólos do rotor é bem definida devido ao fato dos pólos do rotor serem formados por imãs. No entanto, a intensidade do campo magnético dos pólos do estator vai depender da corrente elétrica e do número de espiras da bobina no estator.

$$H = \frac{Ni}{\ell} \quad (2.2)$$

onde,

H = intensidade do campo magnético (Ampère/metro).

N = número de espiras da bobina

i = corrente elétrica (Ampère)

ℓ = distância percorrida pelo fluxo magnético (metro)

A relação entre a densidade de fluxo magnético e a intensidade do campo magnético é dada por:

$$\beta = \mu H ,$$

daí tira-se que:

$$\beta = \frac{\mu Ni}{\ell}$$

Substituindo-se na equação (2.1), têm-se:

$$F = \left(\frac{\mu Ni}{\ell} \right)^2 \cdot \frac{S}{2\mu} = \frac{\mu^2 N^2 i^2}{\ell^2} \times \frac{S}{2\mu}$$

$$F = \frac{(N^2 i^2 \mu S)}{2} \times \frac{1}{\ell^2}$$

Para a condição em que a corrente na bobina permanece constante, (VENKATARATNAM et al³), a metade de todo o termo acima entre parênteses pode ser representada por uma constante:

$$F = \frac{K}{\ell^2} \tag{2.3}$$

onde

K = constante

ℓ = distância percorrida pelo fluxo magnético

Neste momento torna-se necessário fazer a seguinte consideração: cada elemento possui um ponto o qual considera-se concentrar toda a carga magnética daquele elemento. Este ponto é aqui chamado de "ponto central de magnetização". (Quanto menores as dimensões dos elementos, mais verdadeira torna-se essa consideração).

Na Figura (2.4.a), aparece um modelo simplificado onde a força de atração magnética causa um movimento em um rotor elementar. Com a configuração deste esquema, será calculado o torque atuante neste pólo.

Olhando ainda a Figura (2.4.a), vê-se que quando o ângulo ϕ vale zero, (representação desta posição com linha pontilhada), a distância entre as superfícies é zero. De acordo com a equação (2.3): $F = K/\ell^2$ onde ℓ é a distância entre os pólos magnéticos, a força de atração seria então infinita. Isto não ocorre devido ao fato de que o ponto central de magnetização, não se encontra na superfície magnetizada e sim no interior do elemento. Isto implica que mesmo quando a distância entre as superfícies vale zero, a distância ℓ é diferente de zero. Esta distância é representada na Figura (2.4.b) pela letra d.

A força de atração entre os dois elementos, como já foi dito, é fornecida pela equação (2.3), e sua atuação é definida pela direção da reta que liga o ponto A ao ponto B, (vide Figura (2.4.b)).

Ainda de acordo com a Figura (2.4.b), o torque atuante sobre o elemento a qualquer instante vale:

$$T = (F \cos\alpha) \times r \quad (2.4)$$

onde,

r = raio do ponto central de magnetização do elemento $\underline{m_0}$
vel

α = ângulo entre a linha \overline{AB} e a perpendicular O

$$\cos\alpha = \cos \left[\frac{\pi}{2} - (\gamma + \phi) \right] \rightarrow \cos\alpha = \sin(\gamma + \phi)$$

$$\cos\alpha = \sin\gamma \cos\phi + \sin\phi \cos\gamma \quad (a)$$

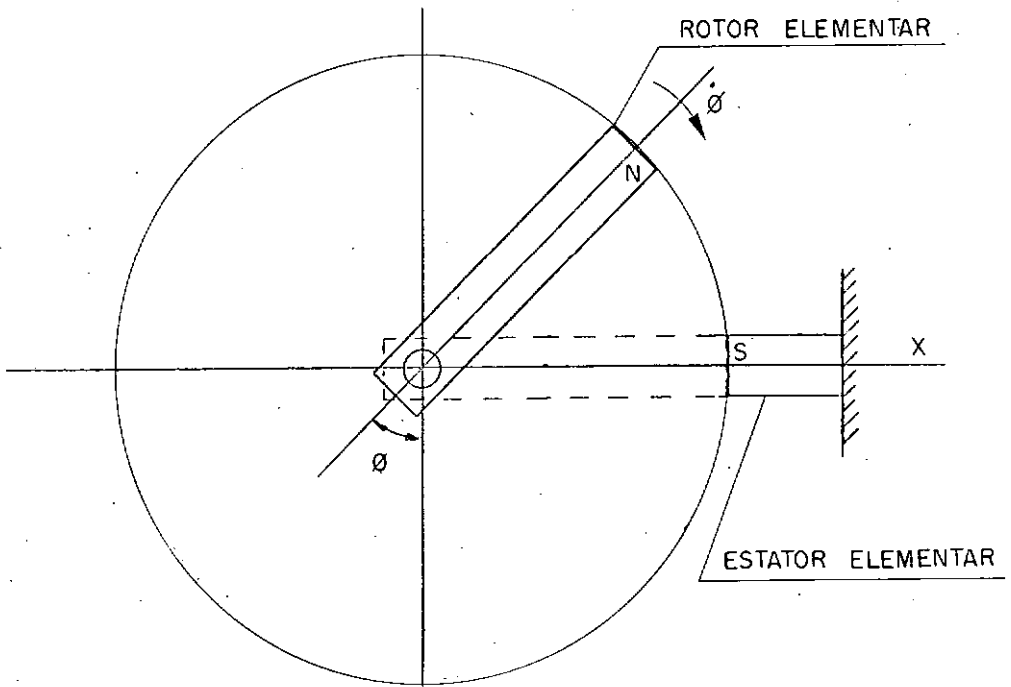


FIG. 2.4 - (a) MODELO SIMPLIFICADO DE UM MOTOR ELEMENTAR

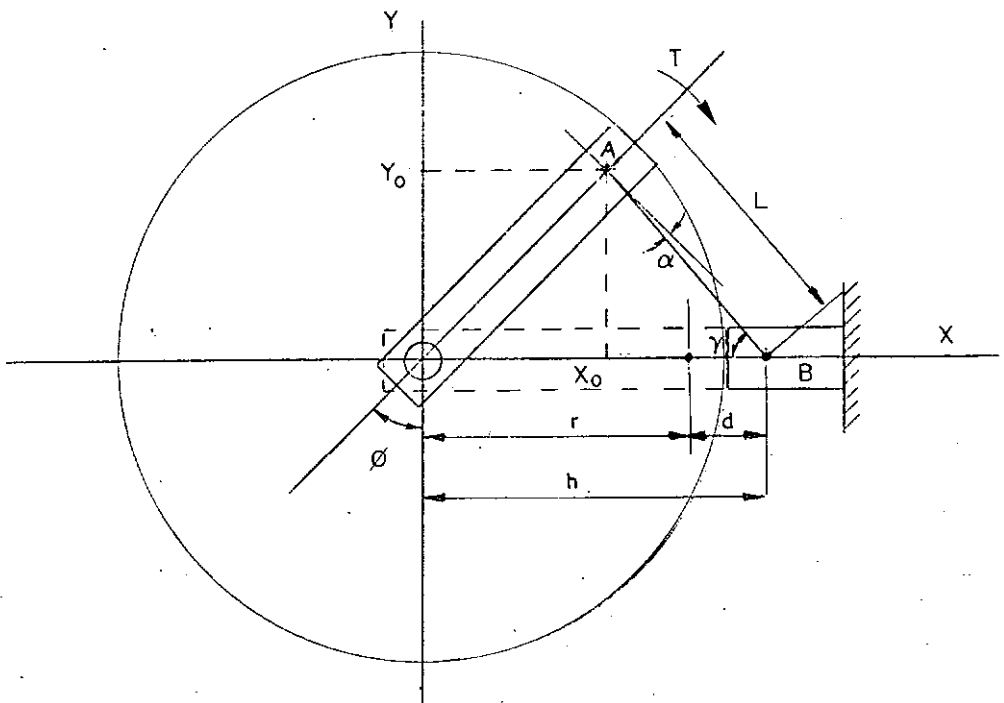


FIG. 2.4 - (b) COTAS RELATIVAS AOS PONTOS CENTRAIS DE MAGNETIZAÇÃO A, E B

$$\cos \gamma = \frac{h - x_0}{\ell} = \frac{h - r \cos \phi}{\ell} \quad (b)$$

$$\sin \gamma = \frac{y_0}{\ell} = \frac{r \sin \phi}{\ell} \quad (c)$$

onde $h = r + d$.

Substituindo (b) e (c) em (a):

$$\cos \alpha = \frac{r \sin \phi}{\ell} \cdot \cos \phi + \left(\frac{r + r \cos \phi}{\ell} \right) \sin \phi \rightarrow \cos \alpha = \frac{h \sin \phi}{\ell} \quad (2.5)$$

Substituindo-se a equação (2.5) na equação (2.4), obtem-se uma expressão nova para o cálculo do torque:

$$T = \frac{F \cdot h \cdot \sin \phi}{\ell} \cdot r$$

Utilizando-se a equação (2.3), a expressão acima se transforma para:

$$T = \frac{K}{\ell^3} h \cdot r \cdot \sin \phi \quad (2.6)$$

A equação (2.6) fornece o torque como função de ϕ e de ℓ , já que K , h e r são características das propriedades magnéticas e das dimensões dos elementos. No entanto, pode-se ainda simplificar mais a expressão e colocar ℓ também como função do ângulo ϕ .

Ainda de acordo com a Figura (2.4.b) temos:

$$\ell^2 = y_0^2 + (h - x_0)^2 = y_0^2 + h^2 - 2hx_0 + x_0^2$$

$$x_0 = r \cos \phi$$

$$\rightarrow \ell^2 = r^2 \cdot \sin^2 \phi + h^2 - 2 \cdot h \cdot r \cdot \cos \phi + r^2 \cdot \cos^2 \phi$$

$$y_0 = r \sin \phi$$

$$\ell^2 = h^2 + r^2 - 2 \cdot h \cdot r \cdot \cos \phi \quad (2.7)$$

Substituindo a equação (2.7) na equação (2.6):

$$T = \frac{K \cdot h \cdot r \cdot \phi}{(h^2 + r^2 - 2 \cdot h \cdot r \cdot \cos \phi)^{3/2}} \quad (2.8)$$

A equação (2.8) fornece enfim o torque (T) como função exclusiva de ϕ . Como $h = r + d$, uma outra maneira de se escrever a equação (2.8) é:

$$T = K \cdot \frac{(r + d) \cdot r \cdot \sin \phi}{[(r + d)^2 + r^2 - 2r(r + d) \cos \phi]^{3/2}}$$

Para fins de simplificação d é colocado agora como fração do raio r . Isto é, $d = 0,1r$ ou $d = 0,2r$ por exemplo, ou seja: $d = nr$ onde n é uma grandeza positiva adimensional. Então a equação anterior se transforma para:

$$T = K \cdot \frac{(r + n \cdot r) \cdot r \cdot \sin \phi}{[(r + n \cdot r)^2 + r^2 - 2r(r + n \cdot r) \cos \phi]^{3/2}}$$

ou

$$T = \frac{(1 + n) \cdot \sin \phi}{[(1 + n)^2 + 1 - 2 \cdot (1 + n) \cdot \cos \phi]^{3/2}} \left(\frac{K}{r} \right) \quad (2.9)$$

A expressão (2.9) fornece o torque atuante no pólo rotor como função da posição angular (ϕ), já que K , d e r , são constantes que dependem somente das características magnéticas e dimensionais dos elementos. De posse desta equação pode-se avaliar o comportamento do torque para uma dada razão d/r para cada posição angular, e para um dado K e r .

O quadro da Figura (2.5.b) é construído utilizando-se a equação (2.9). Nele, para diversas proporções entre d e r , é calculado o valor numérico do torque tendo (K/r) como unidade de referência. Este procedimento mostra em termos proporcionais, como varia o torque em função do aumento da distância entre os pólos, e em função da posição angular do estator. Nele está evidenciado que existe uma posição angular na qual o torque é máximo e esta posição muda quando muda-se a distância d entre os pólos.

Na prática o valor real de d pode ser calculado utilizando-se a equação (2.3):

$$F = \frac{K}{\ell^2}$$

Quando a distância entre os elementos é zero, têm-se $\ell = d$ e $d = \sqrt{\frac{K}{F}}$ onde F = força de atração entre as duas superfícies e

$$K = \frac{(Ni)^2 \mu S}{2}$$

onde

(Ni) = força magnetomotriz

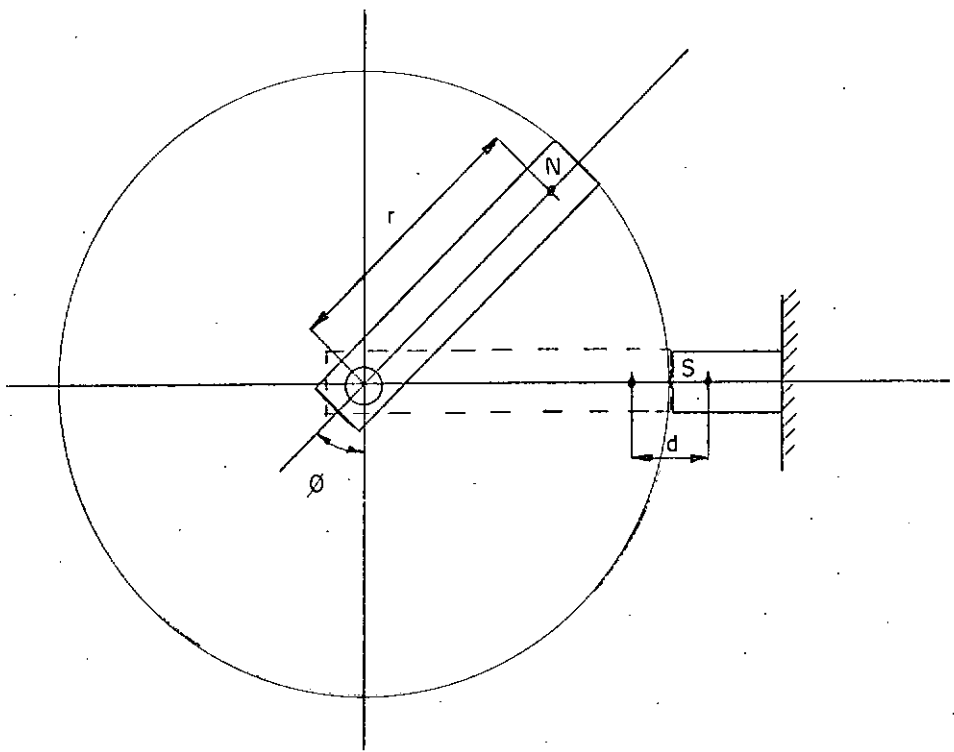


FIG. 2.5 (a)

	$d=0.1r$	$d=0.2r$	$d=0.3r$	$d=0.4r$	$d=0.5r$
0	0	0	0	0	0
2	31.78	4.96	1.63	0.75	0.41
4	40.31	6.52	3.03	1.43	0.8
6	35.11	10.23	4.03	1.99	1.14
8	27.5	10.47	4.62	2.4	1.41
10	21.1	9.85	4.84	2.66	1.62
12	16.34	8.87	4.8	2.79	1.75
14	12.86	7.81	4.59	2.82	1.83
16	10.31	6.82	4.3	2.77	1.86
18	8.42	5.93	3.96	2.67	1.85
20	6.98	5.16	3.62	2.53	1.81
22	5.86	4.51	3.29	2.38	1.75

Quadro 2.5.(b) - Valores do torque, (em k/r), para diversas proporções entre d e r . Este quadro foi construído baseado na equação (2.12) e de acordo com a figura (2.5.(a)).

μ = permeabilidade magnética

S = seção transversal efetiva

Até agora foi demonstrado como é a variação do torque criado pela força de atração magnética entre dois elementos sendo um fixo e outro giratório. No caso em que os dois elementos tivessem a mesma polaridade, seria alterado apenas o sentido da força que então seria de repulsão magnética. Baseado nessas informações pode-se agora modelar o comportamento do torque para o motor descrito na Figura (2.1) do item II.1.

Na Figura (2.6) tem-se a representação esquemática do referido motor para uma dada posição. O círculo dentado externo representa o estator A com seus dentes, e os retângulos do lado interno representam os dentes do estator B.

A análise do comportamento do torque se torna complicada devido ao fato do qual deve-se levar em consideração a interação magnética entre todos os elementos. Isto é, cada dente do estator atrai ou repele cada parte polarizada do rotor. O torque proveniente de cada interação pode ser calculado utilizando-se a expressão (2.9), e o torque total é o somatório dos torques causados por cada interação:

$$T_T = \sum T_i$$

Para o cálculo do torque total toma-se primeiramente, um elemento isolado. No esquema da Figura (2.6) está indicado um elemento referencial para o estator A e outro para o estator B.

Entre o elemento referencial do estator A e o elemento 1

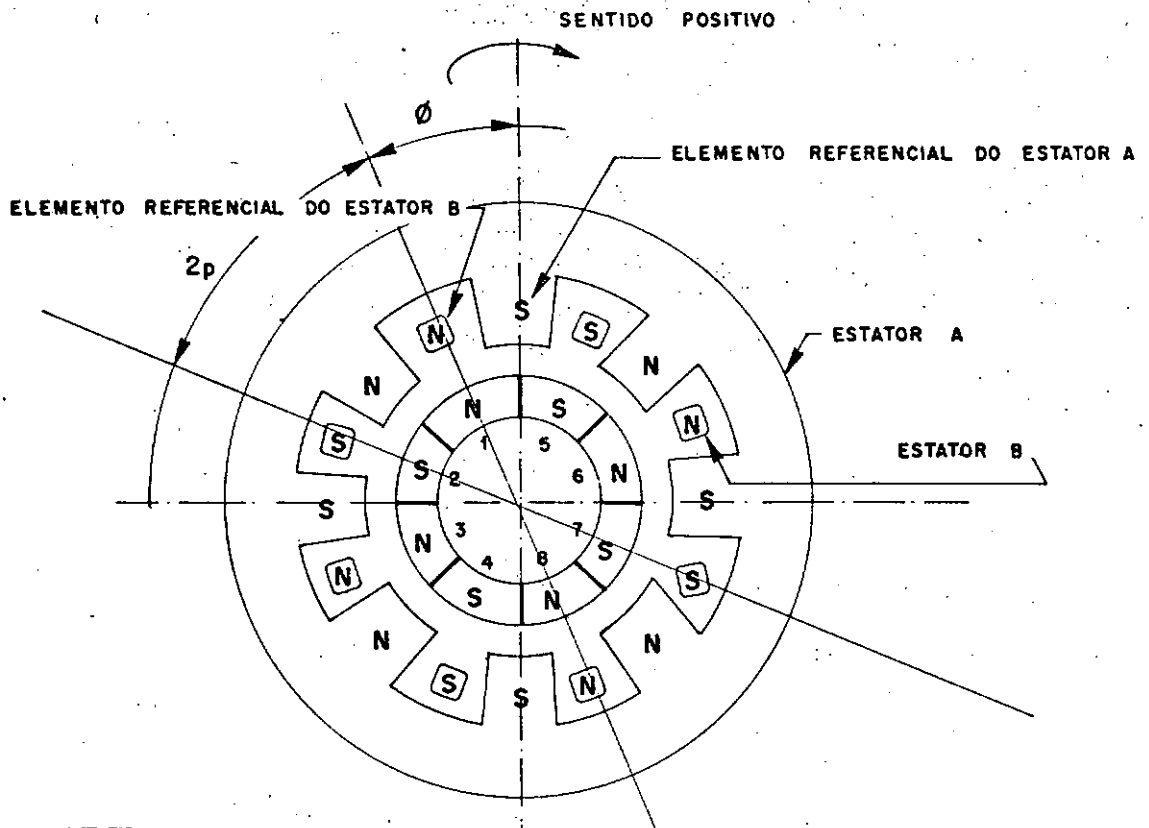


FIG. 2.6 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DE UM MOTOR PASSO A PASSO DE IMÃ PERMANENTE

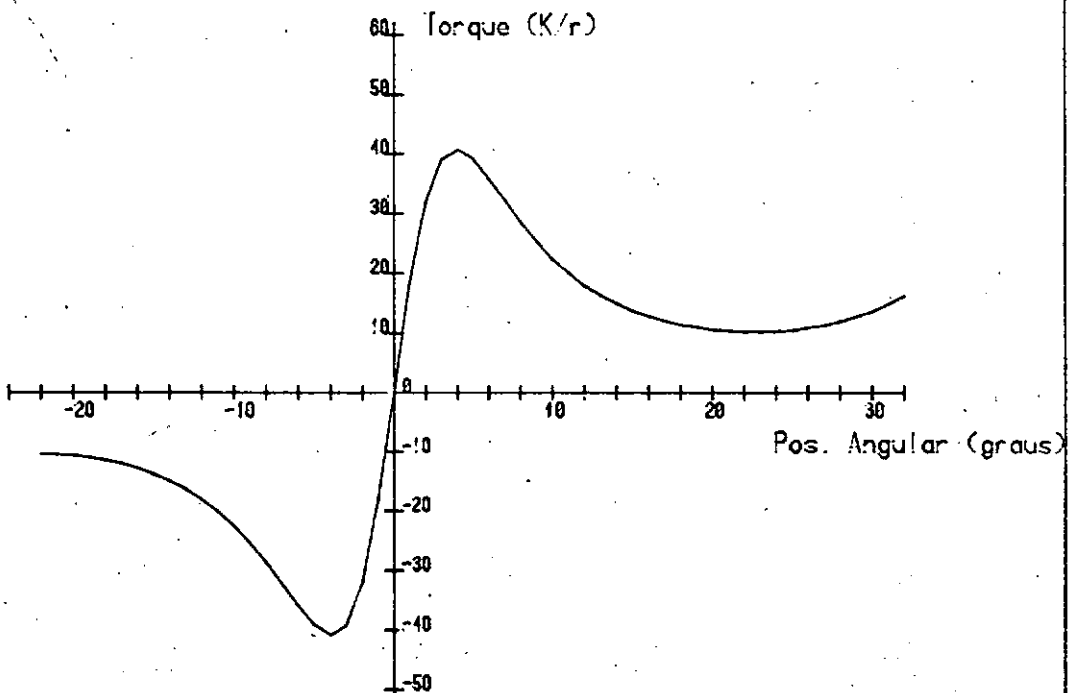


Figura 2.7 - Curva Torque x Pos. Angular para $d=0.1r$, sendo o torque resultante da ação entre o rotor e o estador A.

do rotor existe uma força de atração que causa um torque que de acordo com a equação (2.9) será:

$$T_{A1} = \frac{(n + 1) \cdot \sin \phi}{[(n + 1)^2 - 2(n + 1) \cdot \cos \phi]^{3/2}} \left(\frac{K}{r} \right)$$

onde T_{A1} é uma função do ângulo ϕ , (vide Figura (2.6)). Neste momento pode-se considerar:

$$T_{A1} = f(\phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

onde

$$f(\phi) = \frac{(n + 1) \cdot \sin \phi}{[(n + 1)^2 - 2(n + 1) \cdot \cos \phi]^{3/2}}$$

Entre o elemento referencial do estator A e o elemento 2 do rotor a força de repulsão causa um torque no sentido anti-horário convencional considerado negativo e tem-se:

$$T_{A2} = - f(2P + \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

onde P é igual ao passo do motor ($\pi/8$ no exemplo).

Analogamente é obtido:

$$T_{A3} = f(4P + \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{A4} = - f(6P + \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{A5} = - f(2P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{A6} = - f(4P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{A7} = f(6P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{A8} = - f(8P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

Em suma, o torque total causado por um único elemento do estator A será:

$$T_A = \sum_{i=1}^8 T_{Ai} = T_{A1} + T_{A2} + T_{A3} + T_{A4} + T_{A5} + T_{A6} + T_{A7} + T_{A8}$$

Jã o torque total gerado pela atuação de todos os dentes do estator A será:

$$T_{TA} = n_A \sum_{i=1}^{n_A} T_{Ai} \quad (2.10)$$

ou

$$T_{TA} = n_A T_A ,$$

onde,

n_A = número de elementos do estator A. Tomando-se separadamente o elemento referencial do estator B sobre o qual passa a linha que define o ângulo ϕ na

Figura (2.6), (polarizado como N), tem-se entre este e o elemento 1 do rotor, uma força de repulsão que causará um torque no sentido horário tal que:

$$T_{B1} = f(P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

e paralelamente será obtido:

$$T_{B2} = - f(P + \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B3} = f(3P + \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B4} = f(5P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B5} = - f(3P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B6} = f(5P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B7} = - f(7P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

$$T_{B8} = - f(9P - \phi) \cdot \left(\frac{K}{r} \right)$$

O torque total causado por um único elemento do estator B atuante sobre o rotor multipolar na Figura (2.6) será:

$$T_B = \sum_{i=1}^8 T_{Bi} = T_{B1} + T_{B2} + T_{B3} + T_{B4} + T_{B5} + T_{B6} + T_{B7} + T_{B8}$$

Já o torque total gerado pela atuação de todos os dentes do estator B será:

$$T_{TB} = n_B \cdot \sum_{i=1}^{n_B} T_{Bi} \quad (2.11)$$

ou

$$T_{TB} = n_B T_B$$

onde

n_B = número de elementos do estator B ($n_B = n_A$).

O torque realmente efetivo no rotor será a soma das expressões (2.10) e (2.11):

$$T = T_{TA} + T_{TB} = n_A \sum_{i=1}^{n_A} T_{Ai} + n_B \sum_{i=1}^{n_B} T_{Bi}$$

Como $n_A = n_B$, substituindo-se ambos por n :

$$T = n \sum_{i=1}^n T_{Ai} + n \sum_{i=1}^n T_{Bi} = n \cdot \left(\sum_{i=1}^n T_{Ai} + \sum_{i=1}^n T_{Bi} \right) \quad (2.12)$$

Para um motor de imã permanente como o que é descrito na Figura (2.6); $n = \pi/P$, onde P é o passo do motor.

A partir da expressão (2.12) foi feito um programa de

computador a fim de estimar o comportamento do torque do motor como função da posição angular ϕ (vide Apêndice C). Na Figura (2.7) aparece a curva do torque causado pelo estator A (T_{TA}), da Figura (2.6), versus posição angular. Por convenção, o torque que induz um movimento no sentido horário é considerado positivo. No Apêndice A foi feito um outro exemplo para este tipo de curva. A curva relativa ao torque causado pelo estator B (T_{TB}) aparece na Figura (2.8) e o torque total do motor, (que é a soma das duas curvas), está na Figura (2.9).

A ordenada destas curvas apresenta o valor numérico do torque de acordo com a expressão (2.9). Para um caso real específico, este valor numérico apresentado deve ser multiplicado pela constante K e dividida pelo raio r para se obter o torque real.

As curvas apresentadas nas Figuras (2.7), (2.8) e (2.9) foram feitas para o caso em que a distância entre os centros de magnetização do rotor e dos estatores, (distância d), vale aproximadamente 10% do raio do rotor; $d = 0,10r$, (vide Figura (2.5)). Para outras proporções foram feitas curvas nas Figuras (2.10), (2.11) e (2.12). Todas elas para o exemplo da Figura (2.6) no qual têm-se um motor de passo $p = \pi/8$ ($22,5^\circ$).

De acordo com DELGADO⁴ e HUGHES et al¹⁰, o torque de um motor passo a passo como função do posicionamento angular se comporta aproximadamente como senoide. Para o motor de ímã permanente de passo $22,5^\circ$ este fato é comprovado para a relação geométrica em que $d \geq 0,3r$. Já para o caso em que o ângulo de passo é pequeno, a validade desta afirmação na prática é totalmente abrangente. Como exemplo foram feitas curvas para oca-

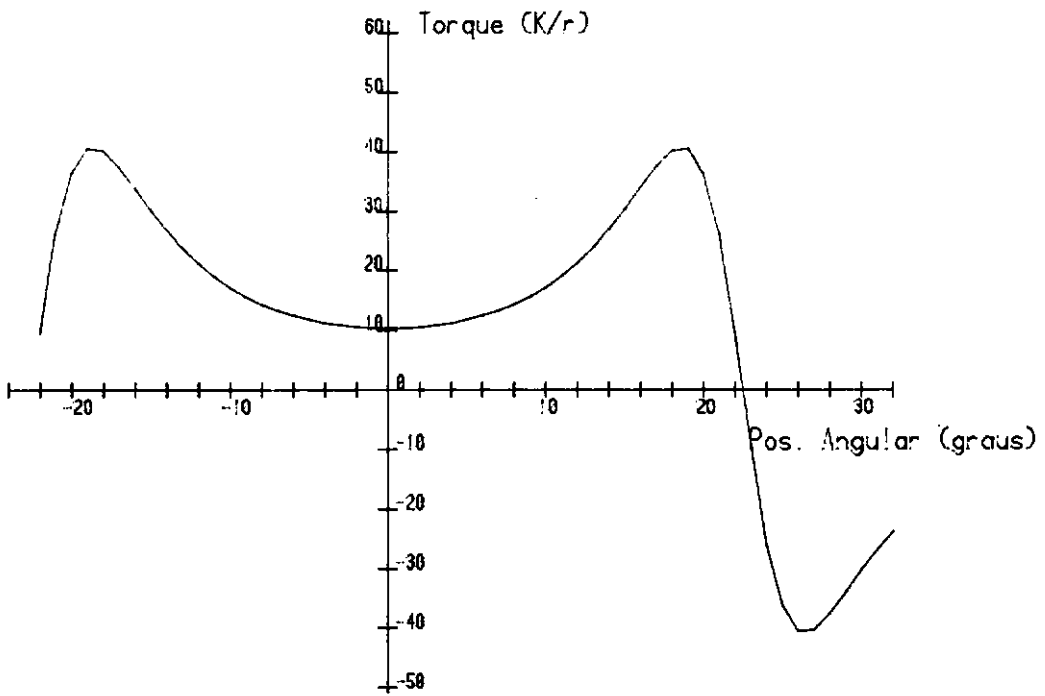


Figura 2.8 - Curva Torque x Pos. Angular para $d=0.1r$, sendo o torque resultante da ação entre o rotor e o estator B

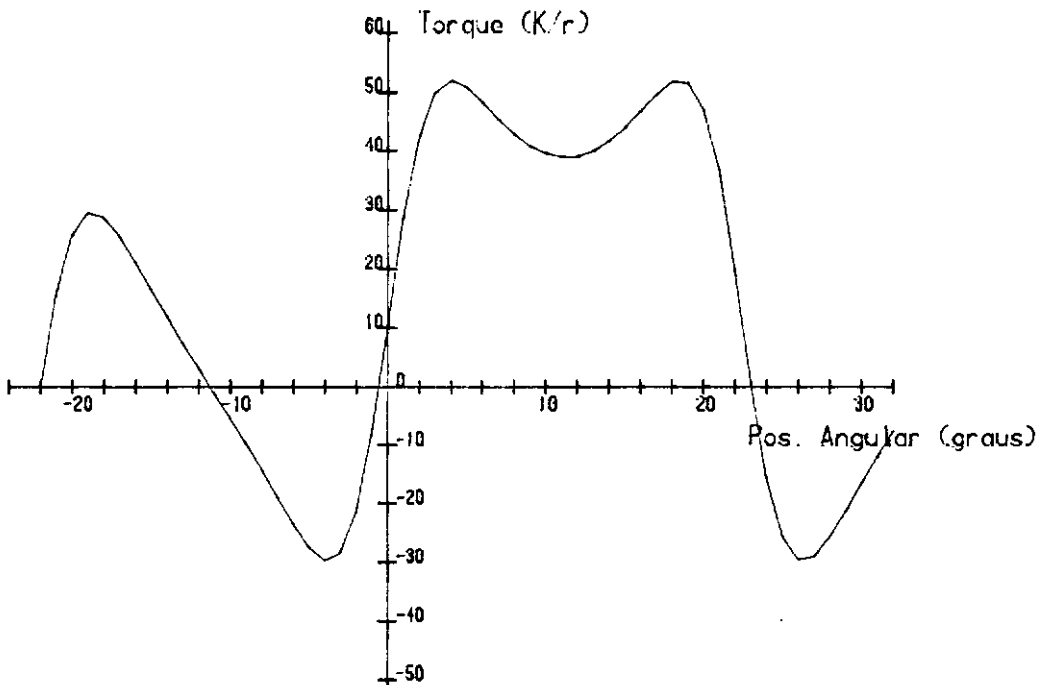


Figura 2.9 - Curva do Torque Total x Pos. Angular para $d=0.1r$, esta curva é o resultado da soma das duas curvas anteriores

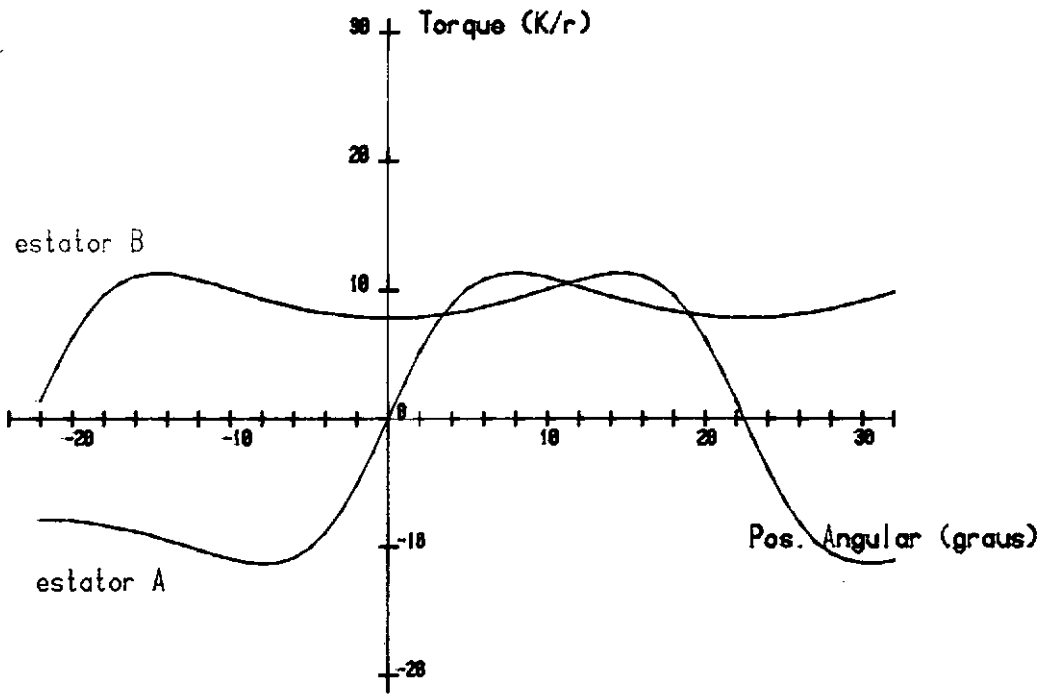


Figura 2.10(a) - Curvas do torque devido a ação dos estatores A e B

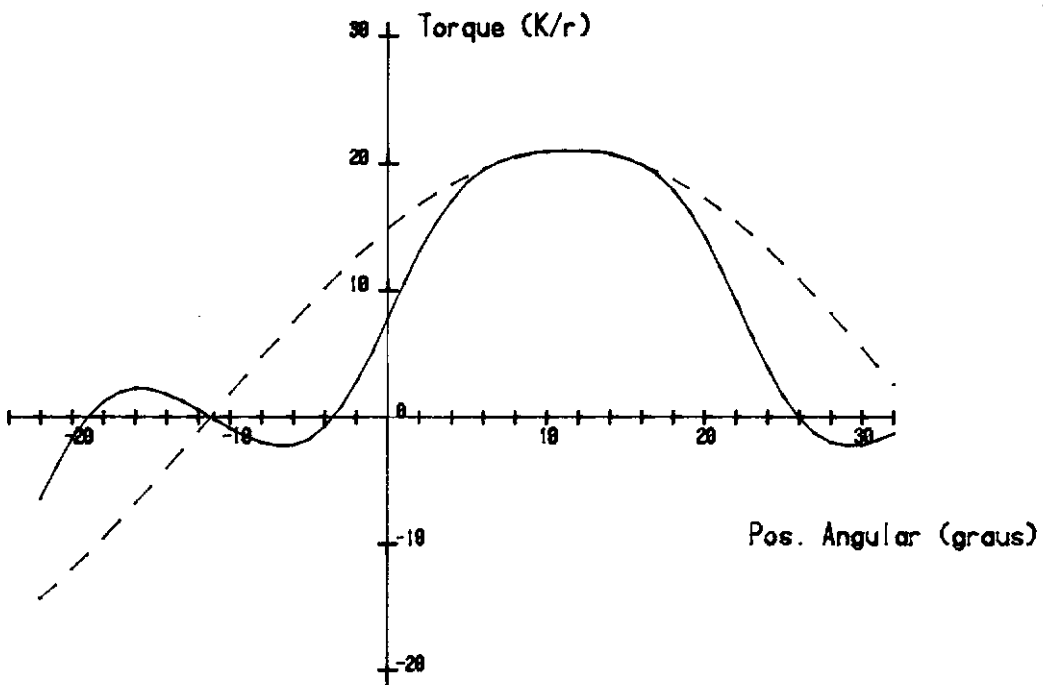


Figura 2.10(b) - Curva do Torque Total \times Pos. Angular para $d=0.2r$ e $P=22.5$ graus, a linha pontilhada representa uma senoide.

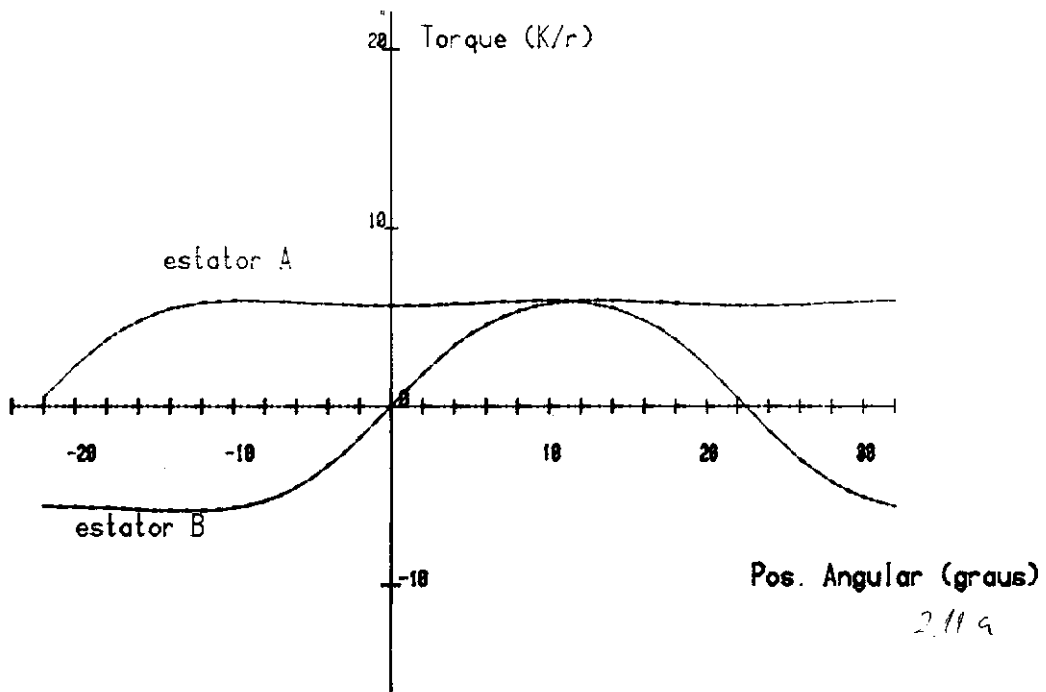


Figura 2.11(a) - Curvas do torque devido a ação dos estatores A e B para o caso em que $d=0.3r$.

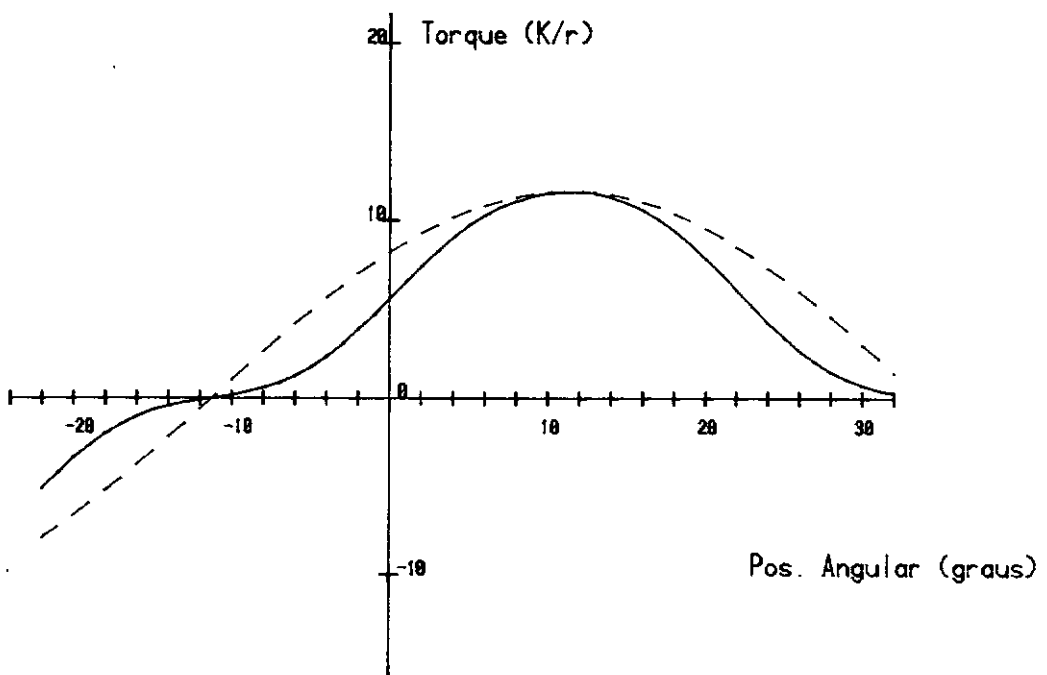


Figura 2.11(b) - Curva Torque Total x Pos. Angular para $d=0.3r$ em comparação com a senoide em linha pontilhada, $P=22.5$ graus.

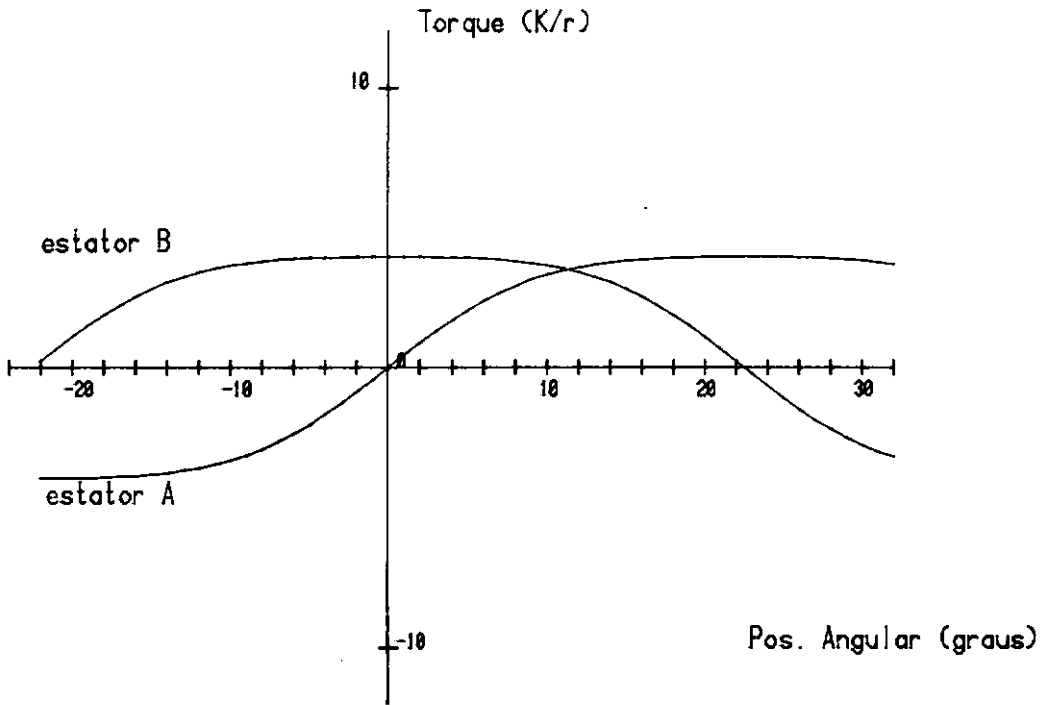


Figura 2.12(a) - Curvas do torque devido a ação dos estatores A e B para o caso em que $d=0.4r$ e o motor tem passo de 22.5 graus.

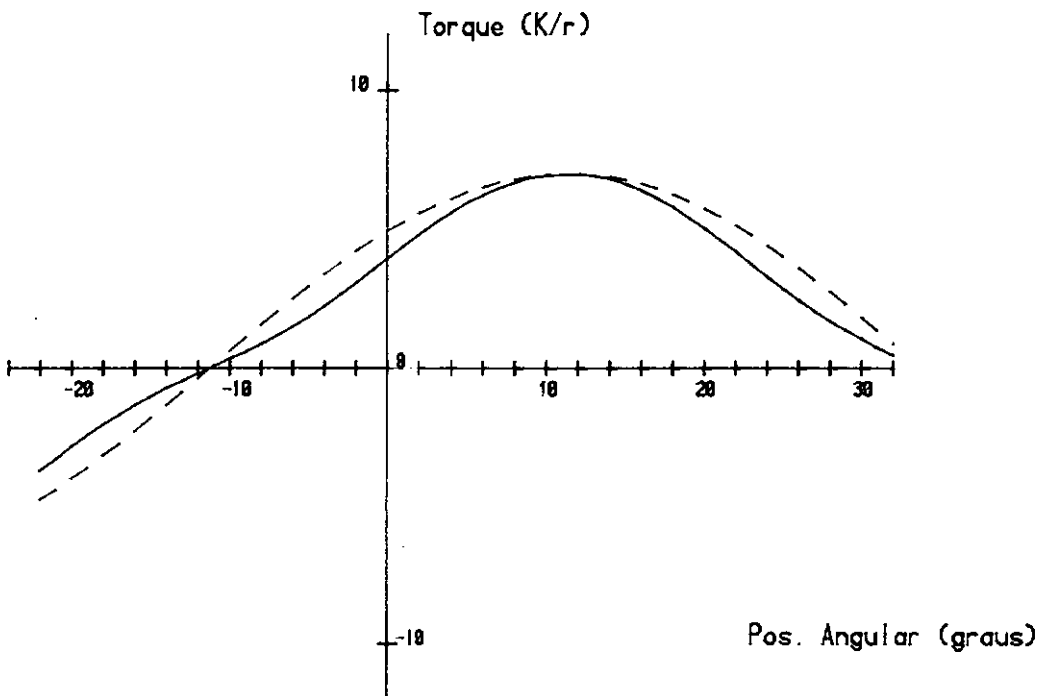


Figura 2.12(b) - Curva Torque Total x Pos. Angular para $d=0.4r$ e $P=22.5$ graus comparando com uma senoide em linha pontilhada.

siões em que o passo do motor vale $7,5^\circ$, (o que é ainda considerado um ângulo relativamente grande na utilização em plotter), seguindo o mesmo princípio das curvas traçadas para o motor de passo $22,5^\circ$. As curvas das Figuras (2.13) e (2.14) mostram o torque como uma função senoidal do passo. Em termos comparativos é apresentado na linha pontilhada a função cuja equação é:

$$T(\theta, \phi_M) = T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (\theta - \phi_M)) \quad (2.13)$$

onde:

$$i = \pi/2P \text{ (adimensional)}$$

P = passo do motor

θ = posição angular do campo magnético (vide item II.1)

ϕ_M = posição angular do rotor

O material apresentado até agora neste item já permite fazer uma comparação entre dois motores de mesmas dimensões, mesmas características magnéticas e passos diferentes. Um motor de imã permanente como o que foi apresentado na Figura (2.6) com passo $P = 22,5^\circ$, tem o número de dentes do rotor e de cada um dos estatores igual a $n = \pi/P = 8$ dentes. Já um motor de passo $P = 7,5^\circ$ possui um número de dentes igual a 24. Supondo que para um triplo de número de dentes, a área efetiva por dente seja um terço, têm-se de acordo com a equação (2.3):

$$F' = \frac{K'}{\ell^2}$$

onde,

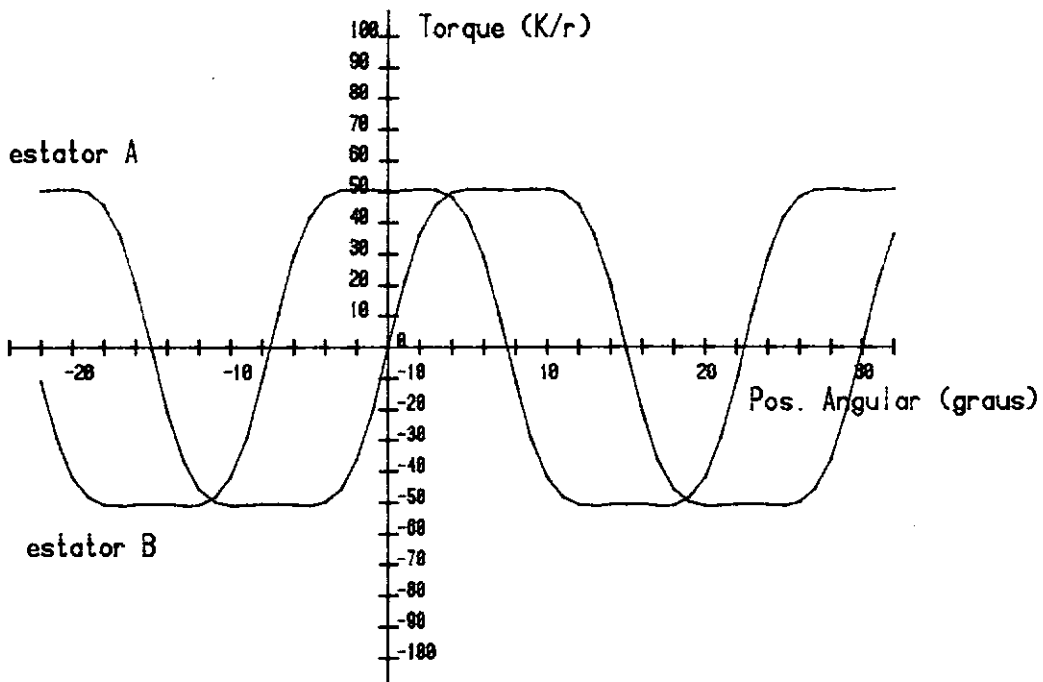


Figura 2.13(a) - Curvas do torque devido aos estatores A e B, para $d=0.1r$ e passo do motor igual a 7.5 graus.

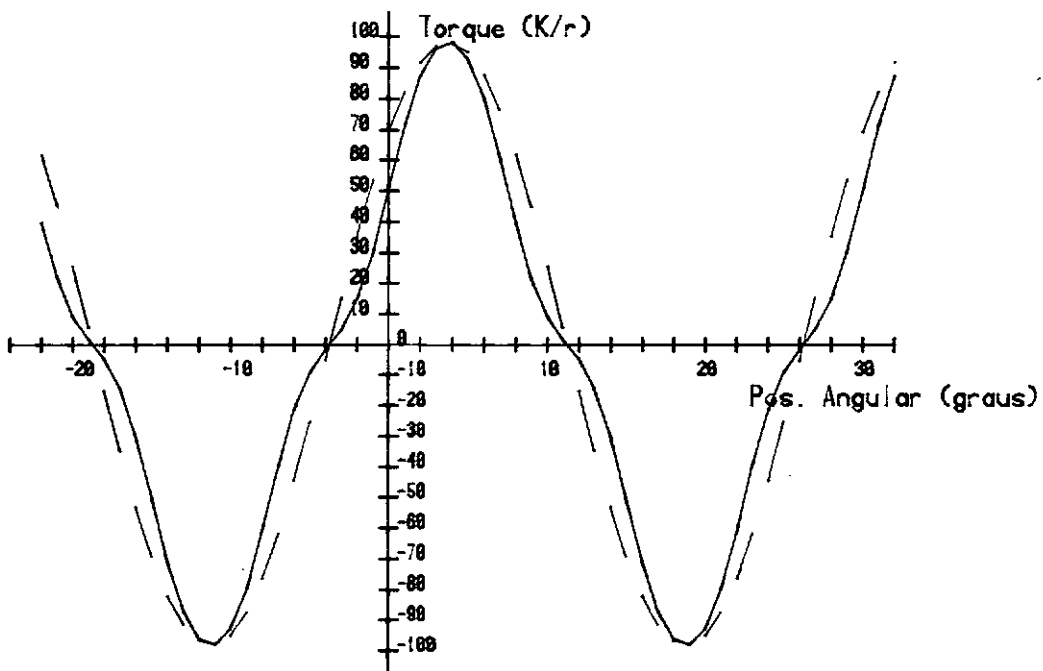


Figura 2.13(b) - Curva do Torque Total \times Posicao Angular de acordo com os mesmos dados da figura acima.

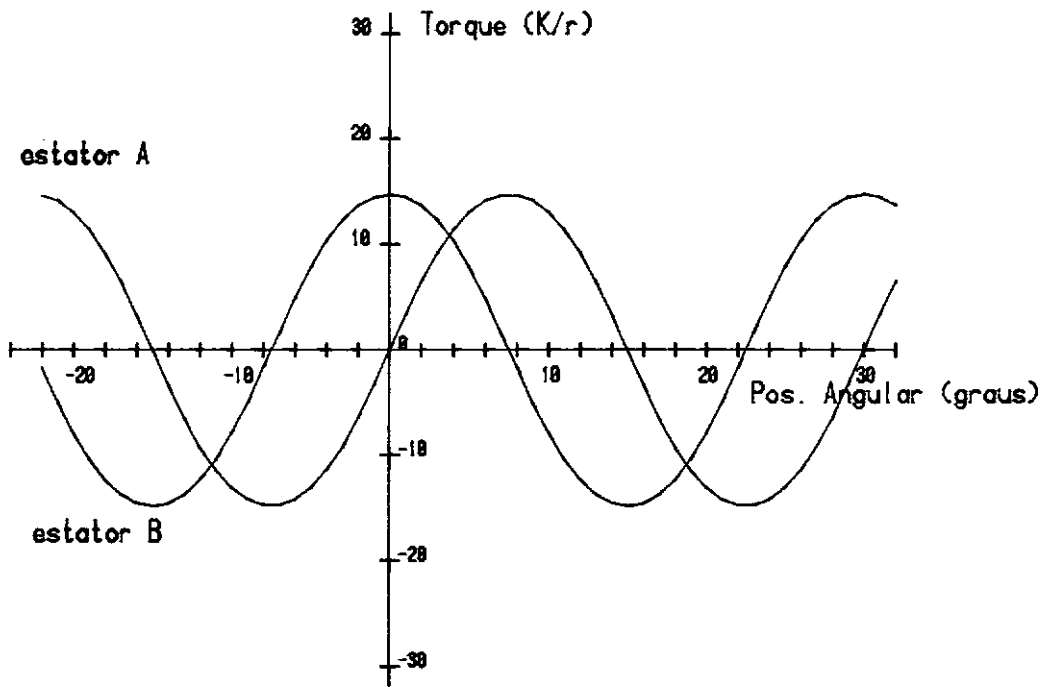


Figura 2.14(a) - Curvas do torque devido aos estatores A e B, para $d=0.2r$ e passo do motor igual a 7.5 graus.

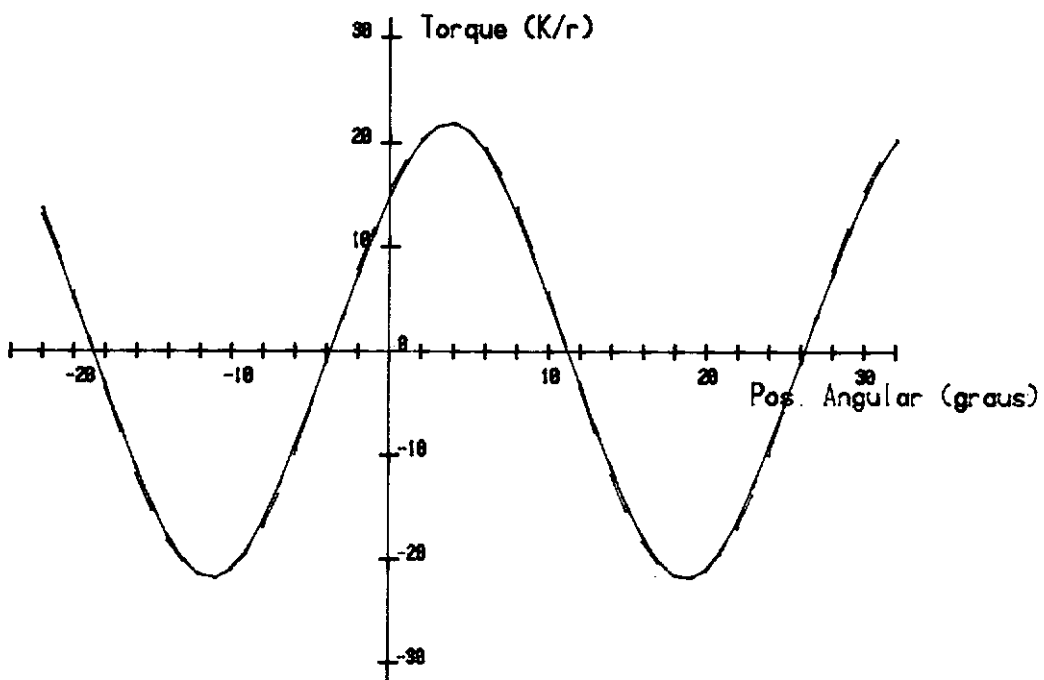


Figura 2.14(b) - Curva do Torque Total x Pos. Angular para $d=0.2r$ e $P=7.5$ graus coincidindo plenamente com a senoide tracejada.

F' = força de atração (ou repulsão) entre um pólo do rotor e um pólo do estator

ℓ = distância efetiva entre os pólos

K' = constante magnética para o motor de passo $7,5^\circ$

$$K' = \frac{N^2 i^2 \mu \cdot S/3}{2}$$

(vide item II.1).

$$K' = \frac{K}{3}$$

onde

K = constante magnética para o motor de passo $22,5^\circ$.

E para a equação (2.9):

$$T' = \frac{T}{3}$$

onde

T = torque criado pelas forças magnéticas para o motor de passo $22,5^\circ$

T' = torque criado pelas forças magnéticas para o motor de passo $7,5^\circ$.

Em resumo, no caso em que dois motores passo a passo tem mesmas dimensões, mesmas características magnéticas e passos diferentes, o torque causado pela ação das forças magnéticas entre dois pólos será proporcional à área efetiva dos pólos. No

caso exemplo em questão, para um motor de 8 dentes com área efetiva S , tem um torque T entre cada pólo do rotor e do estator. Já para um motor de 24 dentes com área efetiva igual a $S/3$ o torque entre cada pólo do rotor e estator valerá $T/3$ para as mesmas posições angulares do rotor. Mas em compensação, o motor de 24 dentes tem três vezes mais dentes que o anterior, isto serve para nivelar o resultado em termos de torque.

A Figura (2.9) que apresenta o torque de um motor de passo 22,5 graus e $d = 0,1r$ sugere, em comparação com a Figura (2.13.b) para um motor de passo 7,5 graus e também $d = 0,1r$, que para determinadas características de construção, um motor passo a passo pode não apresentar o torque como função senoidal da posição angular. Este fato se apresentará mais evidente quando da construção de motores de maiores dimensões, pois a distância real entre os pólos magnéticos (d) se torna pequena em relação ao raio do motor r . Da mesma maneira, quanto maior o passo do motor, menos parecido com uma função senoidal o torque se apresenta. Ainda de acordo com as Figuras (2.9) e (2.13.b), pode-se verificar que o motor que não possui o torque aproximadamente como função senoidal, apresenta um torque máximo substancialmente inferior àquele que tem esta característica. A Figura (2.10.b) mostra que para o mesmo motor da Figura (2.9) quando aumentada a relação d/r para 0,2 aproxima-se mais seu torque da aparência de uma senoide. Isto implica que o máximo torque atingido nas Figuras (2.10.b) e (2.14.b) não apresentam uma diferença apreciável, o que não ocorreu no caso descrito anteriormente.

Em plotter, normalmente são utilizados motores de pequenos ângulos, passos e dimensões reduzidas. Com isso, pode-se

afirmar que o torque dos motores passo a passo nestes aparelhos obedece a equação (2.13).

CAPÍTULO III

MODELAMENTO DE UM PLOTTER COM MOTOR PASSO A PASSO

III.1. MODELO MATEMÁTICO

Existem diversos tipos de plotter digital, por exemplo:

- plotter de tambor, possui um carrinho com uma caneta que se desloca na direção horizontal, enquanto o papel enrolado em um cilindro gira provocando o traçado de linhas na direção perpendicular;
- plotter com papel estacionário; o carrinho com caneta se desloca numa direção x por sobre uma estrutura a qual por sua vez possui deslocamento na direção y , estando o papel estacionário no plano xy ;
- plotter com papel com movimento; o papel se desloca numa direção y e o carrinho numa direção perpendicular x .

Como já foi colocado na introdução, este trabalho foi inspirado pelos problemas de instabilidade dinâmica ocorridos

em um plotter digital de papel estacionário.

Na Figura (3.1) é apresentado o esquema de um carrinho de um plotter simplificado deste tipo. Este esquema, com pequenas alterações pode também representar o mecanismo acionador de um plotter de tambor.

Na figura apresentada, apode-se observar uma pena que por meio de um cabo de aço e um sistema de polias é deslocada na direção horizontal, sendo o deslocamento provocado por um motor passo a passo. Quando o motor passo a passo fornece a polia da esquerda um deslocamento angular $\Delta\phi$, a pena é deslocada de um Δx . Por sua vez, o elemento inteiro apresentado na figura pode ser deslocado na direção perpendicular por intermédio de um sistema de polias e cabos não apresentado. Tem-se deste modo movimento em todo o plano cartesiano.

Para o estudo do comportamento dinâmico do plotter, pode-se analisar a dinâmica do mecanismo acionador para cada direção separadamente. A observação mostrou que as vibrações em uma direção não tem influência para o comportamento dinâmico do mecanismo acionador de outra direção.

A Figura (3.2) apresenta uma representação esquemática do mecanismo acionador apresentado na Figura (3.1). Para simplificar o desenho é apresentada a parte móvel do motor, isto é, o rotor com sua inércia incorporada à polia. A polia transmite a rotação do motor através de um cabo para o deslocamento linear do carrinho de massa M . O carrinho é acoplado ao cabo através da mola com rigidez K . Esta rigidez representa a rigidez do sistema acionador do carrinho que é composta por: rigidez do cabo, rigidez da suspensão dos eixos das polias e rigi-

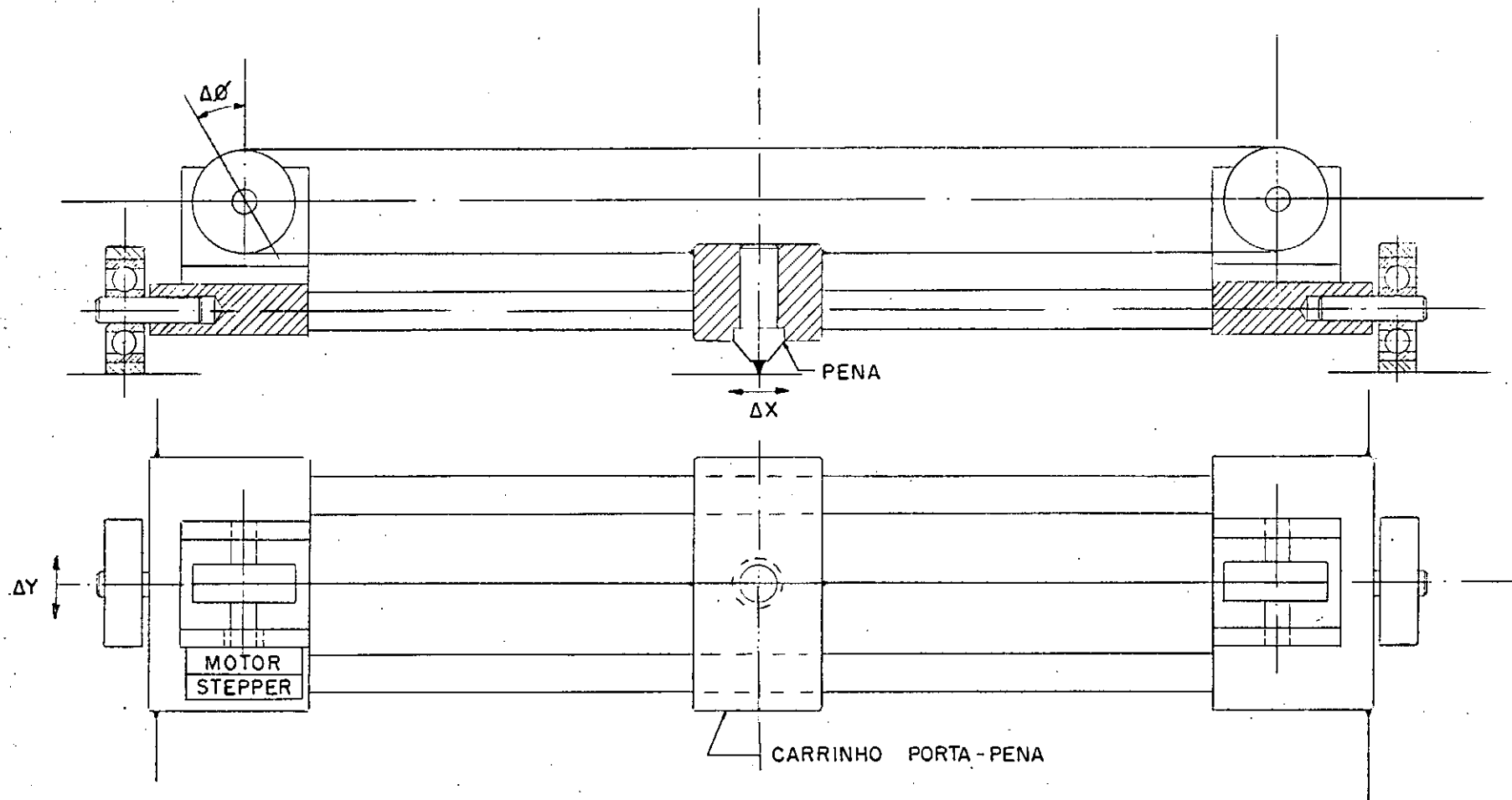


FIG. 3.1 - ESQUEMA SIMPLIFICADO, DO ELEMENTO TRAÇADOR DE
UM PLOTTER DE PAPEL ESTACIONÁRIO

dez da fixação do cabo. O rotor do motor, junto com o eixo e a polia, tem momento de inércia J_M . No rotor atua um torque T criado pelo campo magnético. De outro lado atua o momento de inércia, o torque que movimenta o carrinho e o torque do atrito T_{AM} . O torque T_{AM} representa o torque de atrito dentro dos mancais do rotor e as perdas de torque na transmissão ligada com o rotor.

No carrinho com massa M , estão atuando de um lado a força transmitida pelo cabo através da mola com rigidez K , e de outro lado a inércia do carrinho e a força de atrito F_A dele com as guias.

Então, as equações de equilíbrio do rotor e do carrinho podem ser escritas como:

$$J_M \ddot{\phi}_M + T_{AM} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_M) - K \cdot R_M (x - R_M \phi_M) - T(\theta, \phi_M) = 0 \quad (3.1)$$

$$M \cdot \ddot{x} + F_A \cdot \text{sgn}(\dot{x}) + K \cdot (x - R_M \phi_M) = 0 \quad (3.2)$$

onde:

J_M = momento de inércia do rotor mais polia do motor

$\ddot{\phi}_M$ = aceleração angular do rotor e polia do motor

T_{AM} = torque amortecedor devido a atritos, (a força de amortecimento é igual ao produto da força normal pelo coeficiente de atrito μ , e é admitida como independente da velocidade, uma vez iniciado o movimento), (THOMSON⁷)

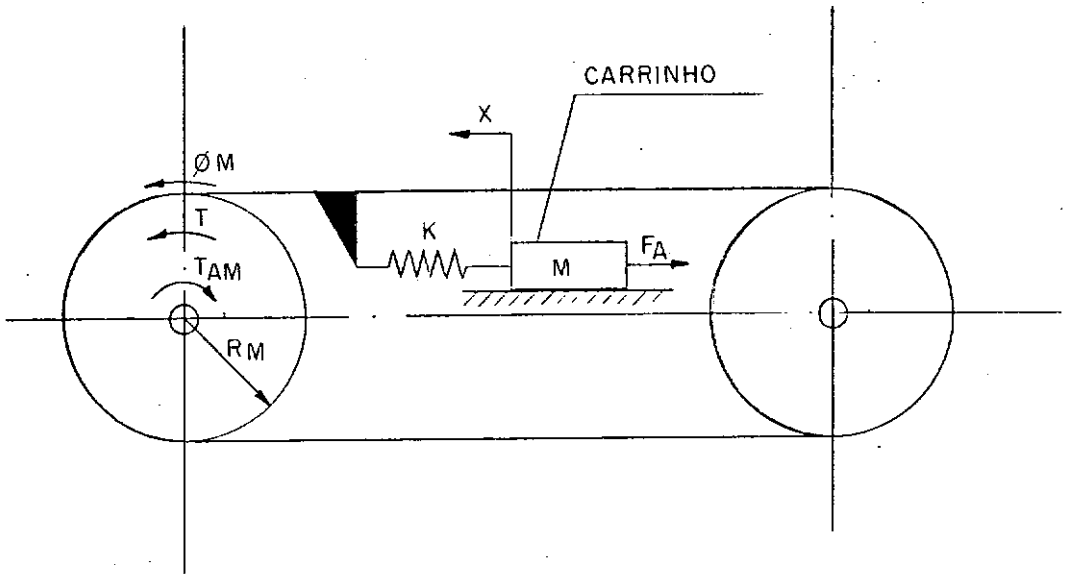


FIG. 3.2 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO ELEMENTO TRAÇADOR DA FIG. 3.1

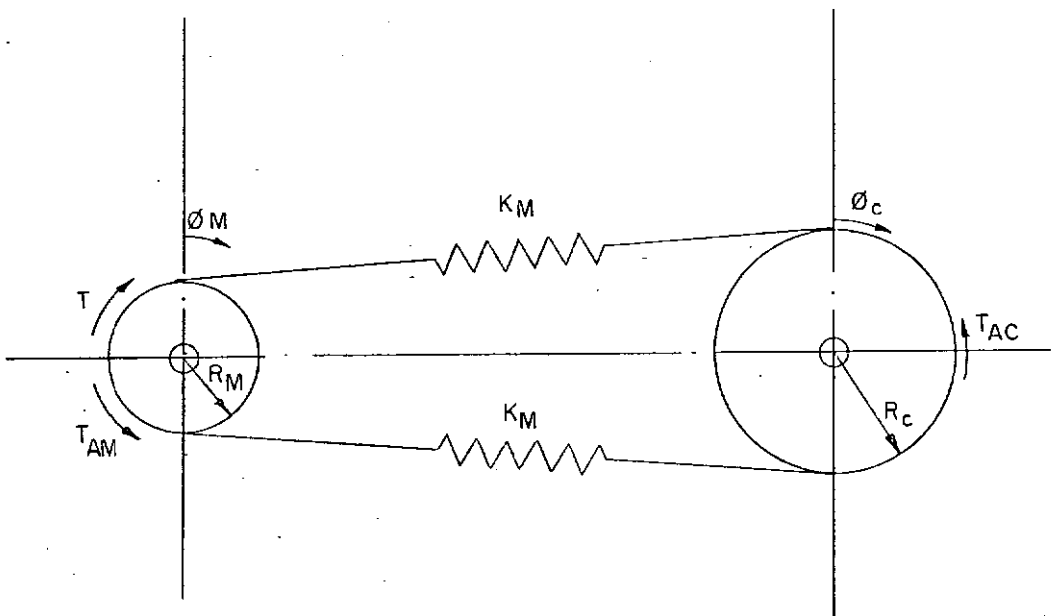


FIG. 3.3 - REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA BANCADA DE TESTES

K = rigidez do sistema acionador do carrinho

x = deslocamento linear do carrinho

R_M = raio da polia acionadora

ϕ_M = deslocamento angular do rotor e polia do motor

$T(\theta, \phi_M)$ = torque criado pelo campo magnético, (2.13)

M = massa do carrinho

\ddot{x} = aceleração linear do carrinho

F_A = força de atrito no carrinho

\dot{x} = velocidade linear do carrinho

As equações (3.1) e (3.2) não levam em consideração, entretanto, a inércia e os atritos inerentes a outra polia que não a do rotor. Para a análise experimental efetuada, o sistema da Figura (3.2) foi sintetizado em uma nova representação fornecida pela Figura (3.3). Nela a massa e a rigidez do carrinho foram incorporadas em uma polia com inércia, rigidez e atrito equivalentes. Dessa maneira, as equações de equilíbrio se transformam em:

$$J_M \cdot \ddot{\phi}_M + T_{AM} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_M) - K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot \phi_C + R_M \cdot \phi_M) -$$

$$- T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (\theta - \phi_M)) = 0$$

(3.3)

$$J_C \cdot \ddot{\phi}_C + T_{AC} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_C) + K \cdot R_C \cdot (R_C \cdot \phi_C - R_m \cdot \phi_M) = 0 \quad (3.4)$$

onde:

J_C = momento de inércia da polia de carga

$\ddot{\phi}_C$, $\dot{\phi}_C$ e ϕ_C = aceleração, velocidade e deslocamento da polia de carga, respectivamente

T_{AC} = torque amortecedor devido a atritos na polia de carga

R_C = raio da polia de carga

A defasagem entre a posição angular do campo magnético (θ) e a posição angular do rotor (ϕ_M) é que fornece o torque que movimenta o rotor. Quando o campo magnético se desloca de um passo (p) em relação à posição do rotor (ϕ_M), aparece o torque magnético $T = T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (\theta - \phi_M))$ definido pela equação (2.13).

O campo magnético fixo mantém o rotor parado em uma posição de equilíbrio. Quando nenhum torque externo atua no rotor, esta posição de equilíbrio pode ser chamada de ponto de equilíbrio do rotor. O rotor possui vários pontos de equilíbrio. Esses pontos estão indicados na Figura (3.4) pelas linhas 0, 4 e -4. Quando deslocamos o rotor de um passo fora do seu ponto de equilíbrio, de acordo com a Figura (3.4), o torque atinge um valor máximo (T_{MAX}), positivo linha 1 e negativo linha -1. A Figura (3.4) mostra também que o afastamento do rotor $\pm 2p$ altera o seu ponto de equilíbrio que passa para linha 4 ou -4. O impulso do controle do motor troca a posição do campo magnético de maneira que o ponto de equilíbrio desloca-se um passo, isto

é, um ângulo p e força o deslocamento do rotor para um novo ponto de equilíbrio, indicado pela linha 1. A nova posição do campo magnético é mostrada pela linha pontilhada.

As equações (3.3) e (3.4) são válidas para o sistema apresentado na Figura (3.3), dentro dos limites $-2p < \phi_M < 2p$, onde p , já mencionado, é um passo do rotor e $\theta = 0$.

A posição do ponto de equilíbrio do rotor é definida por: quando o rotor está no ponto de equilíbrio, temos $\phi_M = 0$. No momento em que o motor passo a passo recebe um impulso de controle para realizar um passo, acontece:

$$\theta = p$$

Para a troca da posição do ponto de equilíbrio do rotor, o sistema apresentado na Figura (3.3) responde à variação de θ . Quando $-2p < \theta - \phi_M < 2p$, o rotor não troca o ponto de equilíbrio assumido depois do impulso de controle. Entretanto, pode acontecer que depois de um passo $-2p < \theta - \phi_M$ o rotor passe para um novo ponto de equilíbrio, cuja posição é definida por:

$$\theta = -4p$$

Pode acontecer também que $2p < \theta - \phi_M$, resultando que:

$$\theta = 4p$$

Essas trocas de posição de equilíbrio não são desejadas para o funcionamento adequado do plotter.

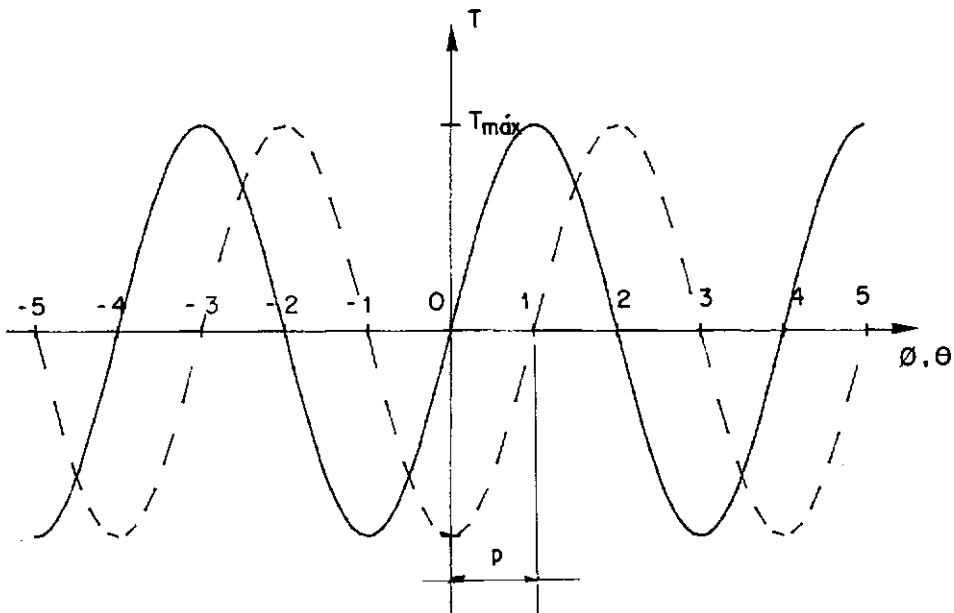


FIG. 3.4 - RELAÇÃO ENTRE A POSIÇÃO DO ROTOR E O TORQUE T.

III.2. ALGORITMO

Para a resolução das equações (3.3) e (3.4), o método Runge-Kutta foi escolhido como o mais adequado, baseando-se em informações de BOYCE et al⁶ que demonstram a superioridade do Runge-Kutta em comparação com outros métodos numéricos como o de Euler e o de Euler modificado. THOMSON⁷ mostra sua utilidade para a resolução de uma equação diferencial do tipo aqui apresentado.

- Adequação de variáveis para posterior programa computacional:

$$\begin{aligned} \text{a) } J_M \ddot{\phi}_M + T_{AM} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_M) - K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot \phi_C - R_M \cdot \phi_M) - \\ - T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (\theta - \phi_M)) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F = \ddot{\phi}_M = - \left[\frac{T_{AM}}{J_M} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_M) - \frac{K}{J_M} \cdot R_M \cdot (R_C \cdot \phi_C - R_M \cdot \phi_M) - \right. \\ \left. - \frac{T_{MAX}}{J_M} \cdot \text{sen}(i \cdot (\theta - \phi_M)) \right] \end{aligned}$$

$$X = \phi_M, \quad V = \dot{\phi}_M$$

$$\text{b) } J_C \cdot \ddot{\phi}_C + T_{AC} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_C) + K \cdot R_C \cdot (R_C \cdot \phi_C - R_M \cdot \phi_M) = 0$$

$$G = \ddot{\phi}_C = - \left[\frac{T_{AC}}{J_C} \cdot \text{sgn}(\dot{\phi}_C) + \frac{K}{J_C} \cdot R_M \cdot (R_C \cdot \phi_C - R_M \cdot \phi_M) \right]$$

$$Z = \phi_C, \quad W = \dot{\phi}_C$$

- Com o fornecimento das constantes, J_M , T_{AM} , K , R_M , R_C , J_C , T_{AC} , e dos dados iniciais ϕ , $\dot{\phi}_M$, ϕ_M , $\dot{\phi}_C$, ϕ_C , pode-se dar início ao cálculo dos deslocamento ϕ_M e ϕ_C , das velocidades $\dot{\phi}_M$ e $\dot{\phi}_C$ para cada intervalo de tempo H . O tempo total t correspondente é tal que: $t_{i+1} = t_i + H$.

$$\text{c) } X1 = X_i \quad (\phi_M \text{ inicial})$$

$$V1 = V_i \quad (\dot{\phi}_M \text{ inicial})$$

$$F1 = - \frac{1}{J_M} [T_{AM} \cdot \text{sgn}(V1) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z_i - R_M \cdot X1) + \\ + T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (A - X1))]$$

$$V1 = X_i + V1 \cdot H/2$$

$$V2 = X_i + F1 \cdot H/2$$

$$F2 = - \frac{1}{J_M} [T_{AM} \cdot \text{sgn}(V2) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z_i - R_M \cdot X2) + \\ + T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (A - X2))]$$

$$F2 = - \frac{1}{J_M} [T_{AM} \cdot \text{sgn}(V2) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z_i - R_M \cdot X2) + \\ + T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (A - X2))]$$

$$X3 = X_i + V2 \cdot H/2$$

$$V3 = V_i + F2 \cdot H/2$$

$$F3 = - \frac{1}{J_M} [T_{AM} \cdot \text{sgn}(V3) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z_i - R_M \cdot X3) + \\ + T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (A - X3))]$$

$$X4 = X_i + V3 \cdot H$$

$$V4 = V_i + F3 \cdot H$$

$$F4 = - \frac{1}{J_M} \cdot [T_{AM} \cdot \text{sgn}(V4) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z_i - R_M \cdot X4) + T_{MAX} \cdot \text{sen}(i \cdot (A - X4))]$$

$$V_{i+1} = V_i + (H/6) \cdot (F1 + 2 \cdot F2 + 2 \cdot F3 + F4)$$

$$X_{i+1} = X_i + (H/6) \cdot (V1 + 2 \cdot V2 + 2 \cdot V3 + V4)$$

$$d) Z1 = Z_i (\phi_C \text{ inicial})$$

$$W1 = W_i (\phi_C \text{ inicial})$$

$$G1 = - \frac{1}{J_C} \cdot [T_{AC} \cdot \text{sgn}(W1) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z1 - R_M \cdot X_{i+1})]$$

$$Z2 = Z_i + W1 \cdot H/2$$

$$W2 = W_i + G1 \cdot H/2$$

$$G2 = - \frac{1}{J_C} \cdot [T_{AC} \cdot \text{sgn}(W2) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z2 - R_M \cdot X_{i+1})]$$

$$Z3 = Z_i + W2 \cdot H/2$$

$$W3 = W_i + G2 \cdot H/2$$

$$G3 = - \frac{1}{J_C} \cdot [T_{AC} \cdot \text{sgn}(W3) + K \cdot R_M \cdot (R_C \cdot Z3 - R_M \cdot X_{i+1})]$$

$$Z4 = Z_i + W3 \cdot H$$

$$W4 = W_i + G3 \cdot H$$

$$G4 = - \frac{1}{J_c} \cdot [T_{AC} \cdot \text{sgn}(W4) + K \cdot R_M \cdot (R_c \cdot Z4 - R_M \cdot X_{i+1})]$$

$$W_{i+1} = W_i + (H/6) \cdot (G1 + 2 \cdot G2 + 2 \cdot G3 + G4)$$

$$Z_{i+1} = Z_i + (H/6) \cdot (W1 + 2 \cdot W2 + 2 \cdot W3 + W4)]$$

O algoritmo fornece o deslocamento angular e a velocidade angular tanto para o motor quanto para a polia de carga para cada intervalo de tempo H. No instante da partida do motor, os deslocamentos e as velocidades convencionalmente valem zero, e a defasagem angular $(\theta - \phi_M)$ é igual a um passo, causando o torque que impulsiona o motor. O rotor engão gira no sentido do campo magnético (θ) e a defasagem $(\theta - \phi_M)$ começa a diminuir. Quando em um dado instante o campo magnético gira de mais um passo (p) tem-se um novo $(\theta = \theta + p)$. Para cada número de passos por segundo (frequência), é registrado um comportamento diferente para o rotor e para a carga.

CAPÍTULO IV

BANCADA DE TESTE

IV.1. DESCRIÇÃO

Para estudar os problemas de instabilidade dinâmica num plotter digital, era imperativo que se dispusesse de um sistema mecânico real que representasse o mais fielmente possíveis as características físicas reais de um aparelho deste tipo. Com esta finalidade foi construída a bancada representada pela Figura (4.1) a qual pode ser comparada com a Figura (3.1) do Capítulo III. Esta bancada representa o sistema mecânico da maioria dos plotters conhecidos com pequenas modificações quando necessárias.

Seu funcionamento é ilustrado de acordo com a Figura (4.1): a peça (1) representa a carcaça do carrinho do plotter ao qual fica acoplado o motor passo a passo AIRPAX modelo C82290 8033 de passo 7,5 graus (2). Este motor aparafusado na carcaça (1), transmite tração a uma polia (3) que representa a carga móvel do carrinho, ou seja, o porta-pena do plotter. Esta polia

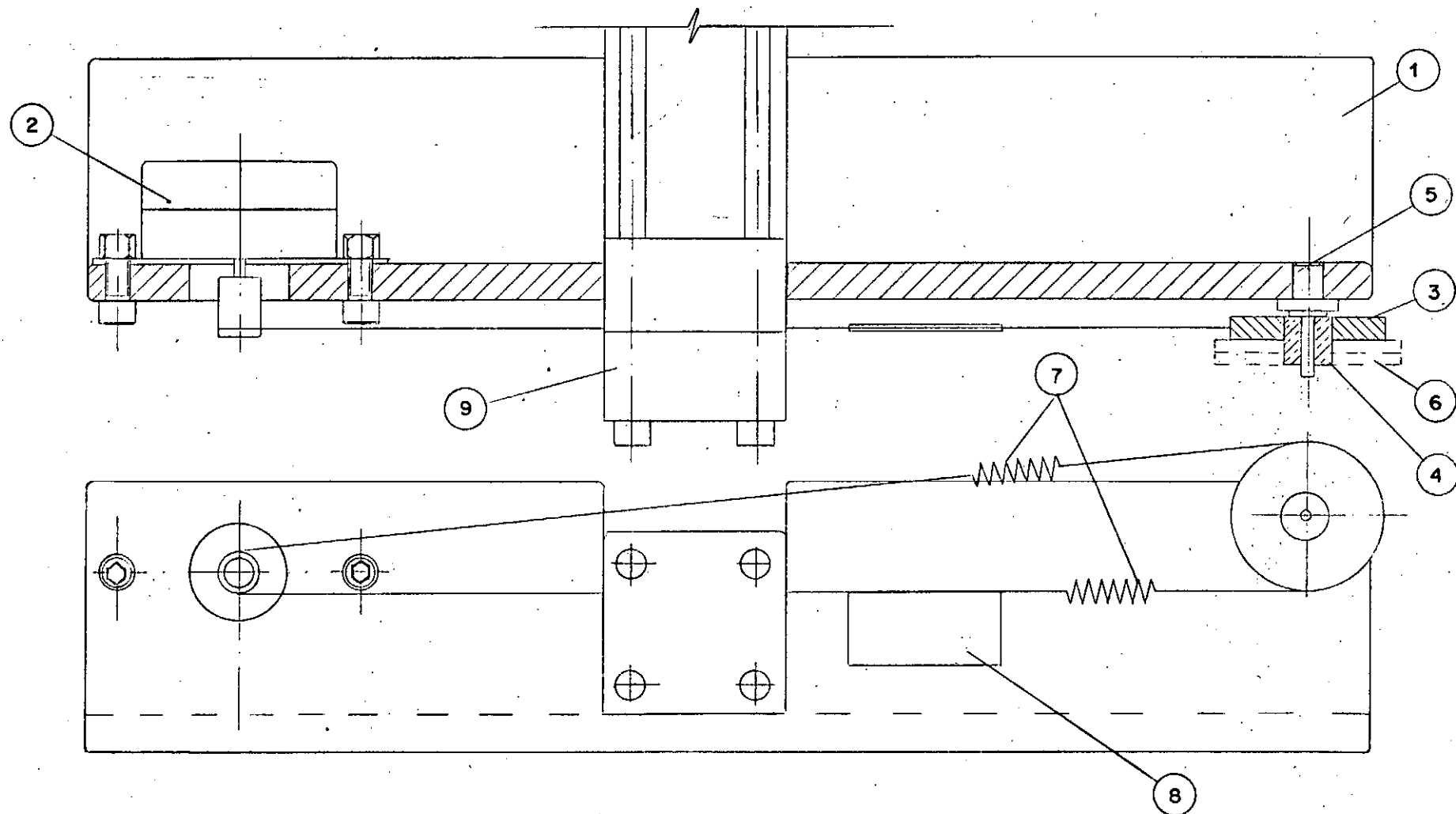


FIG. 4.1 - BANCADA DE TESTE

está presa por interferência em uma bucha de bronze (4) a qual, por sua vez, gira em torno de um eixo (5) de pequeno diâmetro (2mm) para que seja também pequena a atuação das forças de atrito. O eixo é preso por interferência na carcaça e o seu comprimento, assim como o da bucha, é um pouco extenso a fim de que possa se adicionar pesos extras (6) à carga do sistema.

A tração do motor é transmitida à polia de carga por intermédio de um cabo flexível. Ligadas ao cabo estão um par de molas (7) que além de contribuir na rigidez do sistema, fornecem a tensão necessária para que não haja deslizamentos entre o cabo e as polias, (as polias em questão são a polia de carga (3) e a polia do motor à qual se considera incorporada ao conjunto do motor). Também presa ao cabo está uma placa (8) que atua junto ao transdutor de deslocamento (9). Detalhes do funcionamento deste transdutor estão apresentados no item seguinte.

Tem-se aqui o arranjo físico que representa o carrinho carregador da pena num plotter. O sistema possui massa, inércia, rigidez, força e amortecimento. Este último sob a forma de atritos no motor e na polia.

IV.2. TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO

Para se obter o desempenho do comportamento dinâmico do sistema representativo do plotter montado na bancada de testes, é imperativo a utilização de um aparelho que forneça as medidas de deslocamento com precisão. Diante das disponibilidades de

recursos em termos de aparelhagem, foi construído o transdutor que se mostrou mais eficiente fornecendo uma precisão de 0,005mm considerada suficiente. O transdutor construído está apresentado na Figura (4.2).

O funcionamento deste transdutor está fundamentado, basicamente, nas propriedades foto-elétricas do foto-resistor. Elemento este que altera sua resistência elétrica em função da incidência de luz sobre o mesmo o que permite detectar o movimento da placa.

Na Figura (4.3) tem-se o esquema de funcionamento deste transdutor. Foi construído um cilindro com o interior pintado de preto fosco de maneira que a única luz incidente no foto-resistor colocado numa extremidade seja a luz proveniente da lâmpada instalada na outra extremidade. Na carcaça do aparelho, entre a lâmpada e o foto-resistor, foi feita uma abertura estreita apenas o suficiente para que fosse permitida a entrada da placa também pintada de preto fosco. Esta placa que serve de anteparo à incidência de luz é de alumínio, tem 0,1mm de espessura e pesa 0,15 gramas que poderemos considerar desprezível.

Observa-se que quando a polia motora gira de um ângulo $\Delta\phi$, a placa se desloca horizontalmente de uma distância $\Delta x = R \cdot \Delta\phi$, (onde R é o raio da polia motora) como mostra a Figura (4.3). Este deslocamento provoca uma variação na incidência de luz direta da lâmpada para o foto-resistor. Esta variação da incidência de luz, altera a resistência elétrica do foto-resistor, que por sua vez altera a voltagem entre os pontos A e B do circuito, (vide Figura (4.4)).

Em resumo, tem-se aqui um sistema para o qual uma deter-

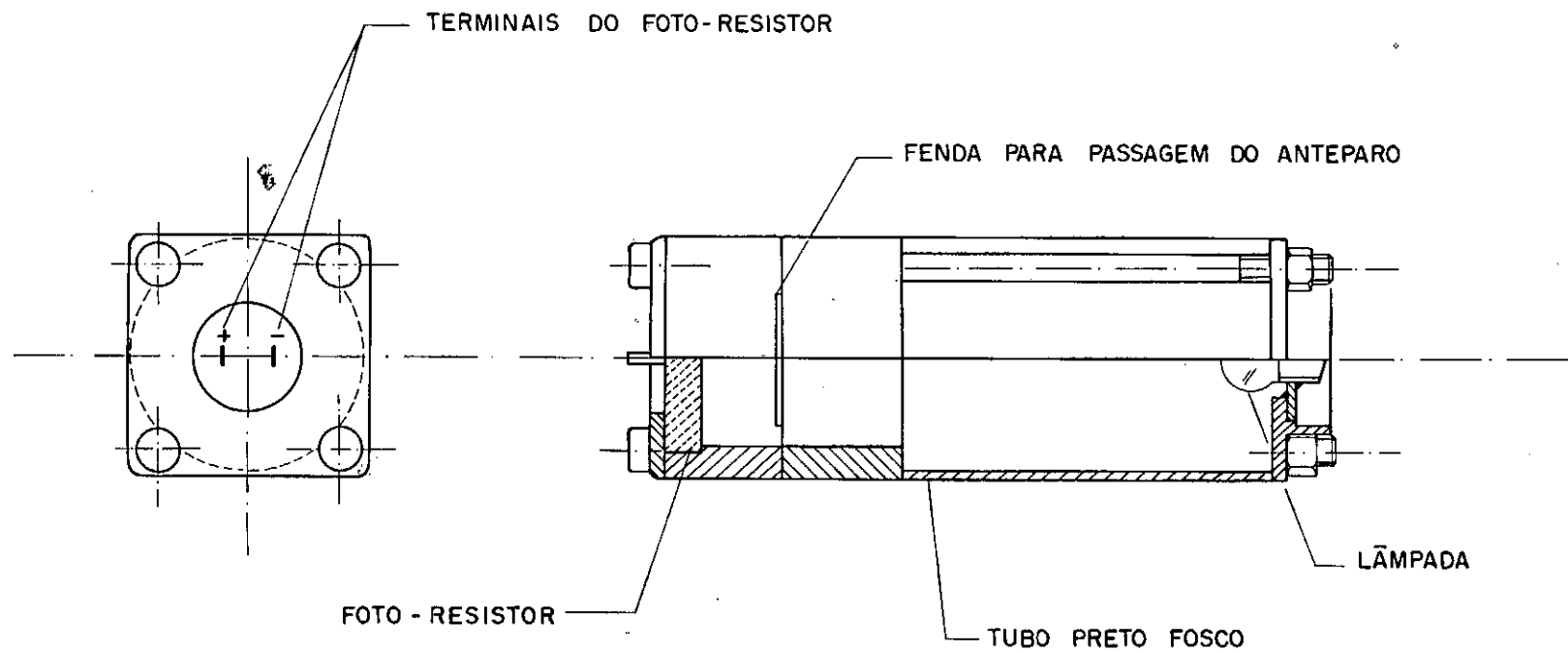


FIG. 4.2 - TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO

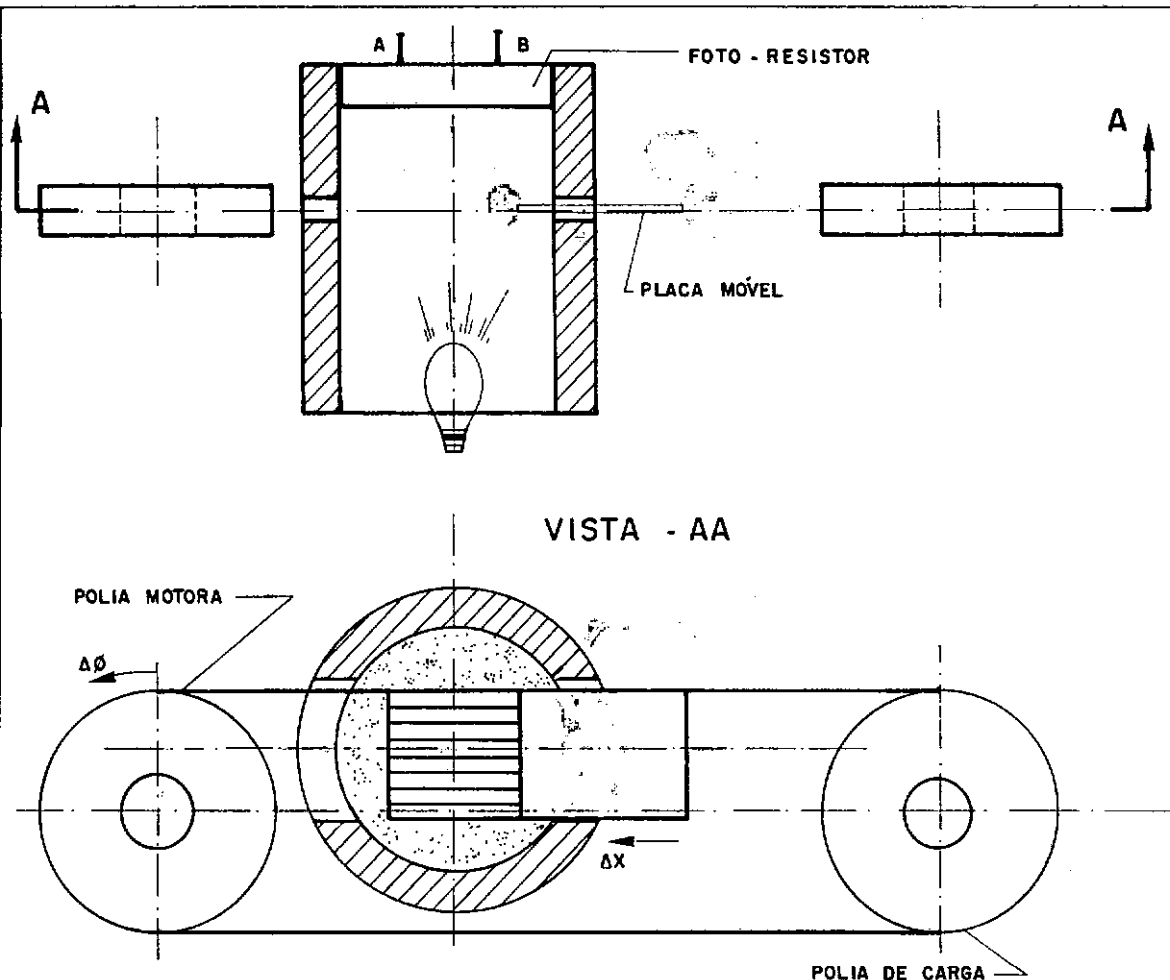


FIG. 4.3 - ESQUEMA DE FUNCIONAMENTO DO TRANSDUTOR DE DESLOCAMENTO

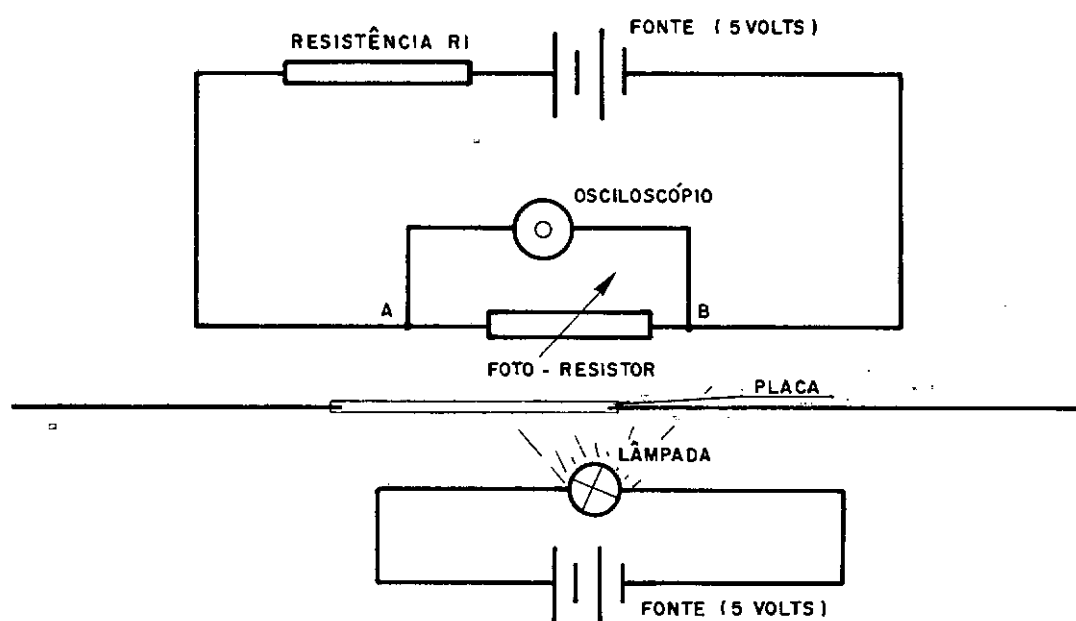


FIG. 4.4 - CIRCUITO ELÉTRICO

minada rotação da polia provoca uma alteração na voltagem que pode ser registrada por um osciloscópio.

IV.3. CALIBRAÇÃO DO SISTEMA DE MEDIDAS

Após a construção da bancada de testes, a próxima etapa consiste em avaliar a precisão deste sistema de medidas, e realizar as modificações que forem necessárias.

No item anterior ficou evidenciado o funcionamento do transdutor de deslocamento que permite acompanhar o deslocamento rotativo provocado pelo motor passo a passo. Cabe neste item estabelecer a relação entre voltagem medida no osciloscópio e deslocamento efetuado pela placa. Dessa maneira, a curva voltagem x tempo fornecida pela tela de um osciloscópio com memória, pode imediatamente ser transformada para uma curva deslocamento x tempo a ser plotada com os dados fornecidos pela relação entre voltagem do circuito e deslocamento da placa. Com este objetivo, foi construída uma bancada de calibração conforme está ilustrado na Figura (4.5). Nela foi adaptado um dispositivo de avanço com um relógio comparador fixo à sua carcaça que registra os deslocamentos da parte móvel deste dispositivo. Ao girar o parafuso do dispositivo, este provoca um deslocamento micrométrico na parte móvel deste elemento trazendo consigo a placa que assim atravessa o transdutor. Esta placa, cuja finalidade já foi esclarecida, está fixa, através de cabo, de um lado à parte móvel do dispositivo e por outro lado à uma mola que tem por objetivo impedir que haja folgas ao ser efetuado cada deslo

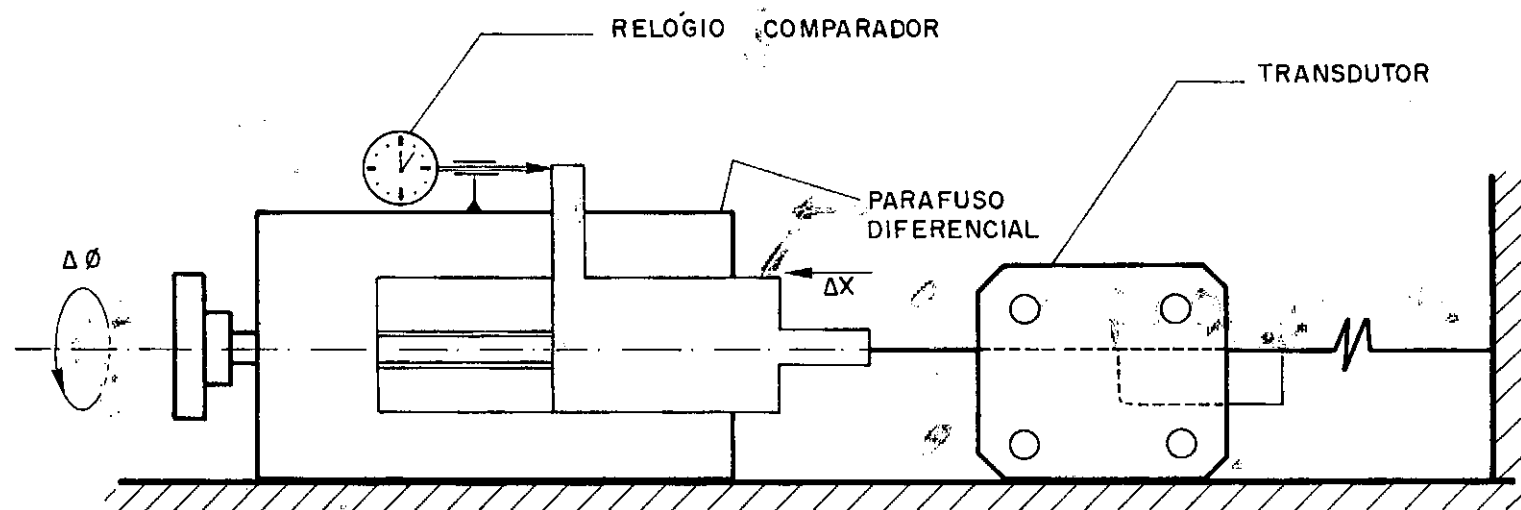


FIG. 4.5 - BANCADA DE CALIBRAÇÃO

camento.

Usando-se um multímetro digital no lugar do osciloscópio no esquema apresentado pela Figura (4.4), pode-se ler a voltagem com precisão de até 0,0005 volts. Isto foi feito para diversos valores da resistência R_1 da figura.

Avançando-se com o dispositivo de intervalos de 0,20mm, obteve-se os pontos correspondentes de tensão para avanço para as resistências $R_1 = 1 \text{ K ohm}$ e $R_1 = 10 \text{ K ohm}$, as quais estão plotadas nas Figuras (4.6) e (4.7), respectivamente. Ainda nestas curvas, pode-se verificar que entre os traços A e B as curvas se comportam como retas, o que facilita a transformação de voltagem para deslocamento e vice-versa. Como a curva da Figura (4.6) possui uma inclinação maior do que a da Figura (4.5), isto aumenta a precisão das leituras a serem feitas posteriormente no osciloscópio quando da ocasião da análise experimental. Optou-se então pela utilização de uma resistência de 10 K ohms para o circuito do transdutor. Para essa resistência, o intervalo da curva em que existe linearidade é aproximadamente 2,5mm, e compreende a leitura de 3,5 e 4 volts entre as extremidades do foto-resistor no circuito da Figura (4.4). Sendo o motor utilizado de passo 7,5 graus e o raio da polia do motor valendo 3,5mm, obtem-se para cada passo do motor um deslocamento ΔS tal que:

$$\Delta S = (3,5) \cdot (7,5) \frac{\pi}{180} = 0,458 \text{ mm} ,$$

o que permite registrar mais do que 4 passos dentro do intervalo de linearidade.

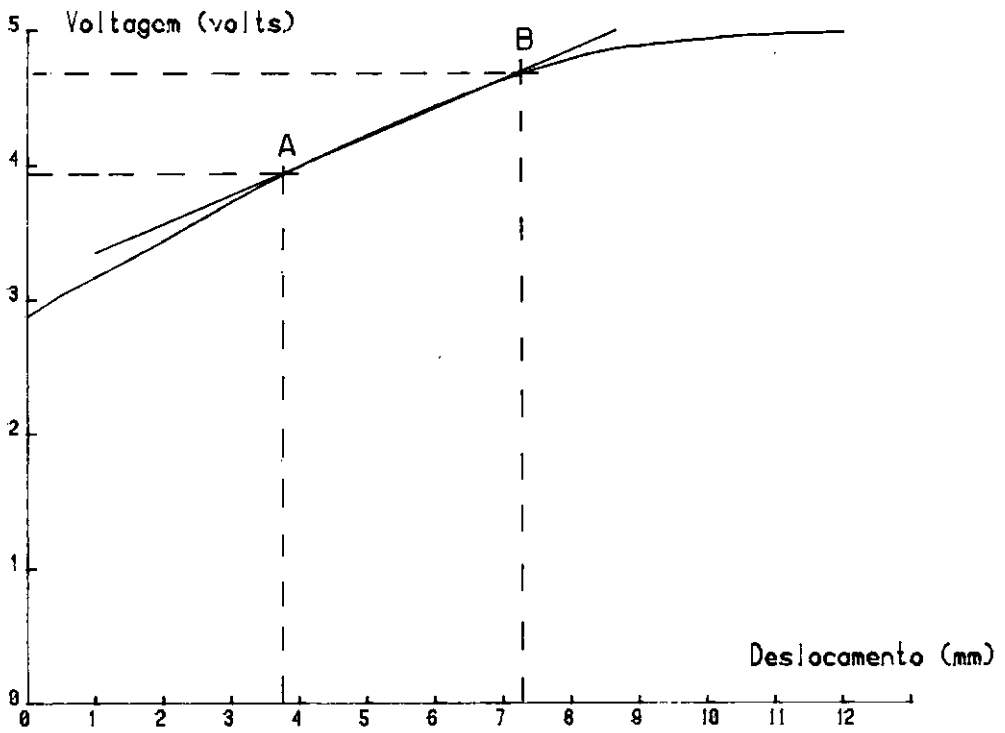


Figura 4.6 - Curva de calibração Voltagem x Deslocamento para o circuito do transdutor com resistência de 1Kohm.

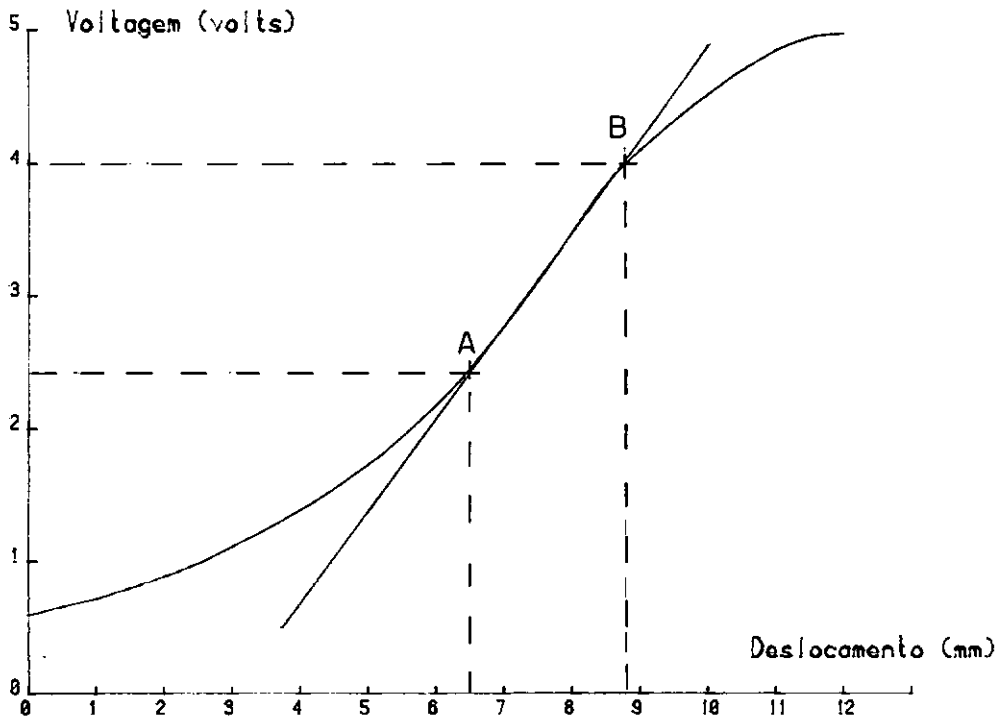


Figura 4.7 - Curva de calibração Voltagem x Deslocamento para o circuito do transdutor com resistência de 10Kohm.

O múltímetro utilizado foi um multímetro de marca ECB-MDA-200 e o relógio comparador da marca Mitutoyo com precisão de 0,005mm o que corresponde então a precisão deste sistema de medidas.

CAPÍTULO V

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Após a construção da bancada de testes e de haver sido feita a calibração do sistema de medidas, foi dado início ao procedimento experimental propriamente dito. Para esta etapa contou-se com o seguinte equipamento além da bancada de testes:

- a) para controle do motor: um gerador de ondas quadradas, um comutador de três posições e uma interface de controle cujo esquema é apresentado no apêndice. A utilização deste equipamento foi definida no item II.1;
- b) para alimentação do motor: fonte alimentadora LABO fornecendo 5 volts de tensão contínua estabilizada;
- c) para alimentação da lâmpada e do circuito do transdutor: outra fonte alimentadora LABO com 5 volts na saída;
- d) para registrar a variação da tensão x tempo nos terminais do transdutor, osciloscópio com memória digital Tektronix.

Este equipamento, que com exceção do osciloscópio pertence ao Laboratório de Dinâmica das Máquinas da COPPE/UFRJ, é o equipamento mínimo indispensável para se obter a visualização do comportamento dinâmico de um sistema representativo de um plotter com motor passo a passo. No entanto, foi cedido pelo Laboratório de Vibrações e Acústica da COPPE/UFRJ, além do osciloscópio citado, um computador Tektronix 4051 que possui comunicação digital com o osciloscópio e saída gráfica por intermédio de um plotter digital. Dessa maneira pode-se, obter a curva no osciloscópio, transferir para o computador e plotá-la no papel, além da opção da armazenagem dos dados em fita, (vide Figura (5.1)).

Com a posse do equipamento citado, foram iniciados os trabalhos da parte experimental. A primeira coisa a ser feita foi verificar se o sistema da bancada de testes funcionava satisfatoriamente. Isto é, se o motor passo a passo girava sem problemas movendo a carga representativa do carrinho do plotter. O teste correspondeu, não havia deslizamento entre o cabo e as polias e a placa entrava e saía pela fenda do transdutor sem dificuldades. O intervalo de deslocamento da placa, no entanto era limitado pela localização das molas que não poderiam nem girar com a polia, nem penetrar pela fenda do transdutor, (vide Figura (4.1)). Com o auxílio de um comutador manual de três posições, comandava-se a direção de giro do motor: na 1ª posição a placa era deslocada pelo motor para a esquerda, na 2ª posição ficava estacionária e na 3ª posição ela retornava para a direita. Quando se ajustava o gerador de ondas para transmiti-las a uma baixa frequência, (10 ou 20 Hz), o motor girava lentamente e seus passos de deslocamento eram bem definidos. Para frequên

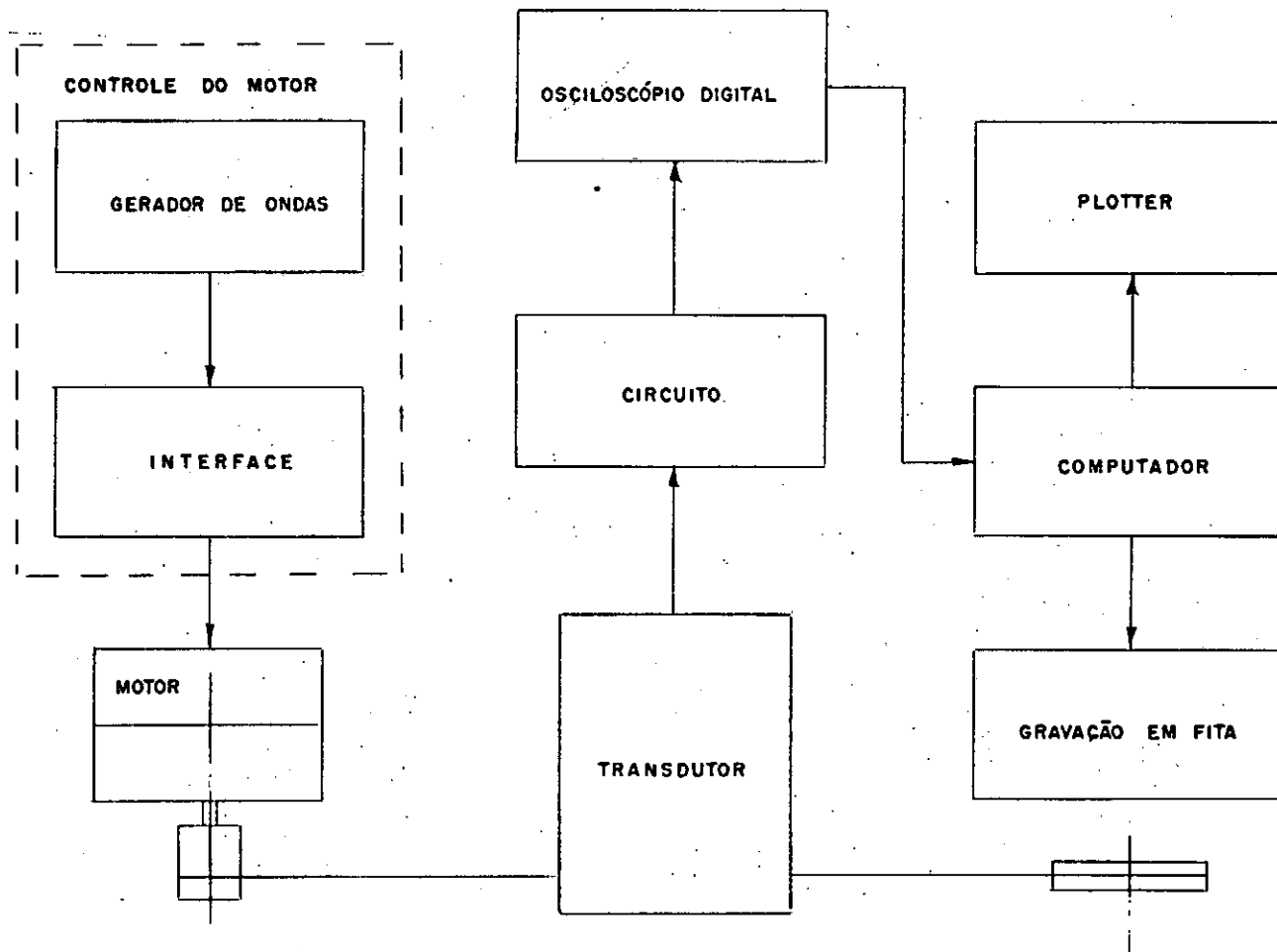


FIG. 5.1 - Processamento de Dados

cias acima de 40 Hz, a impressão transmitida era de que o movimento não era mais pulsante e sim contínuo.

Com relação ao sistema transdutor-osciloscópio também não havia problemas, a lâmpada funcionava perfeitamente e o sinal na tela do osciloscópio era claro e bem definido. Primeiramente, foi feita a tentativa de se obter a curva para o motor funcionando a uma frequência de 20 Hz. Ajustou-se o tempo no osciloscópio para 20 ms/div, a voltagem para 0,5 volts/divisão, o nível de trig e obteve-se uma curva aonde a variação da voltagem por passo ficou muito pouco nítida devido ao pequeno tamanho. Para tornar a curva mais nítida, (fazer os passos ficarem maiores na tela), era necessário diminuir a escala na tela, utilizar 0,1 ou pelo menos, 0,2 volts/divisão. Isto foi feito, mas a curva então obtida não estava no intervalo de linearidade do transdutor, (faixa de 2,4 a 4 volts de tensão nos terminais). A tela do osciloscópio é dividida em 8 divisões verticais e 10 divisões horizontais. Para uma escala vertical de 0,2 volts/divisão, ela registra a curva numa variação de 1,6 volts. Isto é, se a tensão na divisão limite inferior vale zero volts, a tensão no limite superior da tela valerá 1,6 volts, já que são 8 divisões valendo 0,2 volts cada divisão. Portanto, era necessário que se tivesse uma tensão de 2,4 volts no limite inferior da tela do osciloscópio e uma tensão de 4 volts no limite superior. Girando o botão "position" do osciloscópio, a máxima tensão que pode ser obtida no limite inferior da tela foi 2 volts. A solução encontrada foi então a inversão da polaridade dos terminais do osciloscópio, o que fez com que as posições que valiam 2,4 e 4 volts, passaram a valer 2,6 e 1 volts respectivamente. Isto é, a faixa de linearidade passou para 1 a 2,6 volts. Agora, ao

se obter uma tensão de 1 volt no limite inferior da tela do osciloscópio, a tensão no limite superior passou a valer 2,6 volts e a tensão é linearmente proporcional ao deslocamento em toda a faixa coberta pela tela do osciloscópio.

Por fim, obteve-se a curva apresentada pela Figura (5.2). Esta curva representa o deslocamento do motor funcionando a 20 Hz no sistema da bancada de testes 0,2 volts/divisão na escala vertical e 20 ms/divisão na escala horizontal.

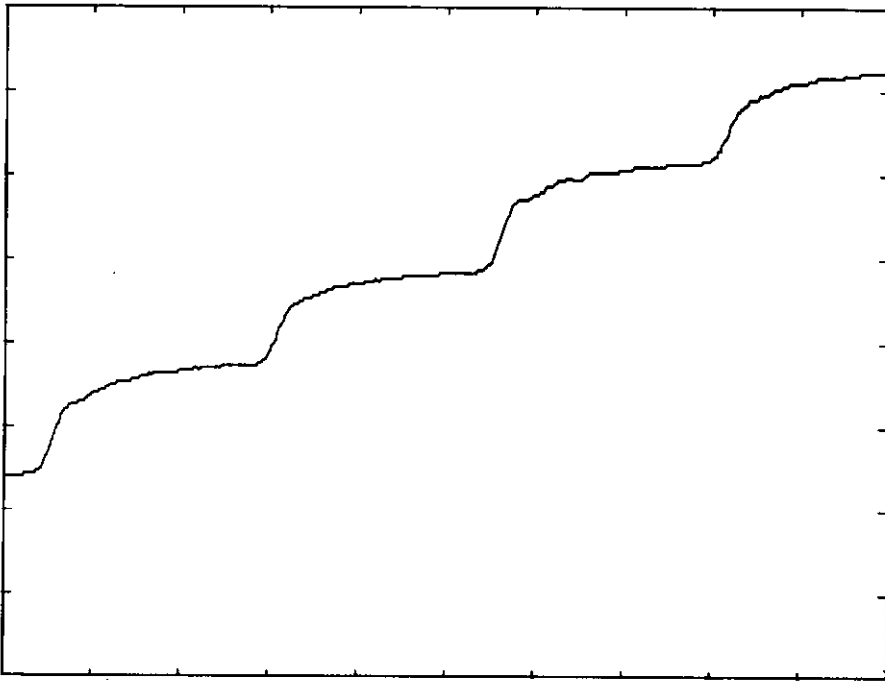


Figura 5.2 - Curva do deslocamento do motor passo a passo em função do tempo obtida experimentalmente pela tela do osciloscópio com o motor funcionando a uma frequência de 20 Hz.

Com objetivo de manter o máximo de unidade no procedimento experimental, as curvas do tipo da Figura (5.2), foram obtidas com o motor girando sempre no sentido horário tendo-se como

referência a vista dele de frente na Figura (4.1). Ainda na Figura (4.1), observa-se que não existe mola entre a placa e a polia do motor. Como a elasticidade do cabo é desprezível, isto significa que o movimento da placa é solidário ao movimento do rotor. Então a curva obtida nestas condições é necessariamente a curva do deslocamento angular do motor. Para se obter a curva do deslocamento angular da polia de carga, é necessário transferir a localização da mola que está entre a placa e a polia de carga para ficar entre a placa e a polia do motor.

Outra observação a ser assinalada é a de que a curva apresentada pela Figura (5.2), aparenta ser a curva de um sistema altamente amortecido. No entanto, não é interessante para este trabalho ter curvas muito amortecidas como objeto de estudo. Tornou-se imperativo então, diminuir a tensão no cabo da banca de testes de maneira que os esforços nos mancais apresentassem menores torques atritantes.

CAPÍTULO VI

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO EXPERIMENTAL

O algoritmo do modelo matemático descrito no Capítulo III foi utilizado para a elaboração de um programa computacional tendo por objetivo a simulação do comportamento dinâmico do modelo experimental. Por intermédio dos recursos descritos pelos Capítulos IV e V, pode-se agora estabelecer o procedimento para avaliar a acertabilidade do modelo matemático.

De acordo com o algoritmo, o programa computacional requisita os seguintes dados:

J_M - momento de inércia polar do rotor mais polia do motor - (2,0 g x cm²)

J_C - momento de inércia polar da polia de carga - (4,7 g x cm²)

R_M - raio da polia do motor - (0,35 cm)

R_C - raio da polia de carga - (1,25 cm)

T_{AM} - torque de atrito na polia do motor (\approx 6,5 gf x cm)

T_{AC} - torque de atrito na polia de carga ($\approx 0,7 \text{ gf} \times \text{cm}$)

T_{MAX} - "holding" torque do motor ($\approx 14 \text{ gf} \times \text{cm}$)

O momento de inércia polar do rotor (J_M) vale $2,0 \text{ g cm}^2$, de acordo com o catálogo do fabricante. O da polia do motor pode ser considerado desprezível, (cerca de $0,025 \text{ g cm}^2$).

O momento de inércia da polia de carga da bancada de testes é igual a ($4,7 \text{ g cm}^2$) para o conjunto polia de carga mais bucha de bronze descritos na Figura (4.1). Também retirados da bancada de testes foram os valores do raio da polia do motor, ($R_M = 0,35 \text{ cm}$), e do raio da polia de carga, ($R_C = 1,25 \text{ cm}$).

O torque de atrito na polia de carga (T_{AC}) foi calculado, para um coeficiente de atrito $\mu = 0,2$, e foi aproximadamente $0,7 \text{ gf} \times \text{cm}$ o valor encontrado. Já o torque de atrito na polia do motor (T_{AM}), é o amortecimento causado pelos atritos entre as superfícies deslizantes no motor. Este torque foi avaliado aproximadamente em $6,5 \text{ gf} \times \text{cm}$.

Com relação ao "holding" torque do motor (T_{MAX}), é necessário observar que no catálogo do fabricante o valor fornecido era de $115 \text{ gf} \times \text{cm}$. No entanto, o catálogo não informava com que interface de controle se poderia atingir tal valor. Para a interface construída pelo Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ, o valor do "holding" torque ficou bem abaixo do esperado, sendo avaliado na ordem de $14 \text{ gf} \times \text{cm}$.

O valor da rigidez do sistema (k) é o valor da rigidez das molas em paralelo somando-se os efeitos da rigidez do cabo e da rigidez da suspensão dos eixos das polias. A rigidez das molas em paralelo foi medida e vale cerca de $400 \text{ gf} \times \text{cm}$. En-

tretanto, a ação da rigidez dos outros dois fatores tende a tornar menor o valor da rigidez do sistema em aproximadamente 20% segundo a avaliação efetuada. Utilizou-se então como rigidez ao sistema ($K = 320 \text{ gf/cm}$).

De acordo com o procedimento experimental definido no Capítulo anterior, foi dado início a comparação entre os resultados teóricos e os resultados práticos. O procedimento para se efetuar tal comparação, foi o seguinte:

- 1º) foram obtidas curvas do deslocamento angular do motor x tempo para as frequências de 10 Hz, 20 Hz e 80 Hz;
- 2º) para as mesmas frequências foram obtidas curvas para o deslocamento angular x tempo da polia de carga;
- 3º) alterou-se a inércia da polia de carga pela adição de peso extra conforme previsto no Capítulo IV, obtendo-se então uma nova curva deslocamento angular x tempo do motor para o funcionamento a 10 Hz;
- 4º) analogamente, o mesmo foi feito para a polia de carga;
- 5º) foram efetuadas simulações computacionais para todos os casos descritos acima e comparados os resultados.

A Figura (6.1) apresenta a curva experimental deslocamento angular x tempo para a polia de carga, com o motor funcionando a uma frequência que deveria ser 10 Hz, mas que na prática vale 8,6 Hz. Isto é devido ao fato de que o gerador de ondas apresentou um certo erro de precisão que ficou evidenciado ao

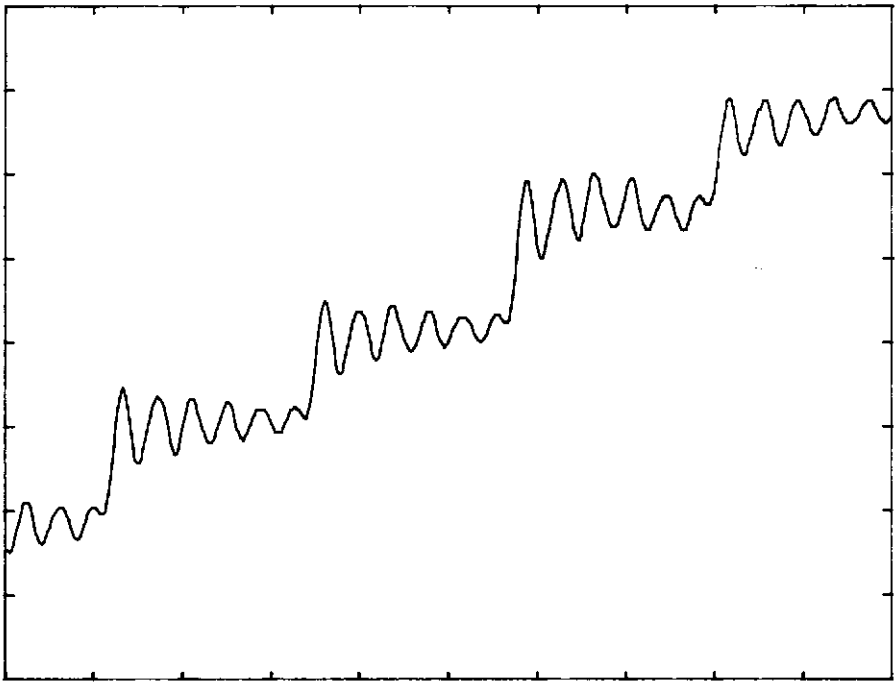


Figura 6.1 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia de carga obtida na tela do osciloscópio para $F=8.6\text{Hz}$ e $J_c=4.7\text{gcm}^2$.

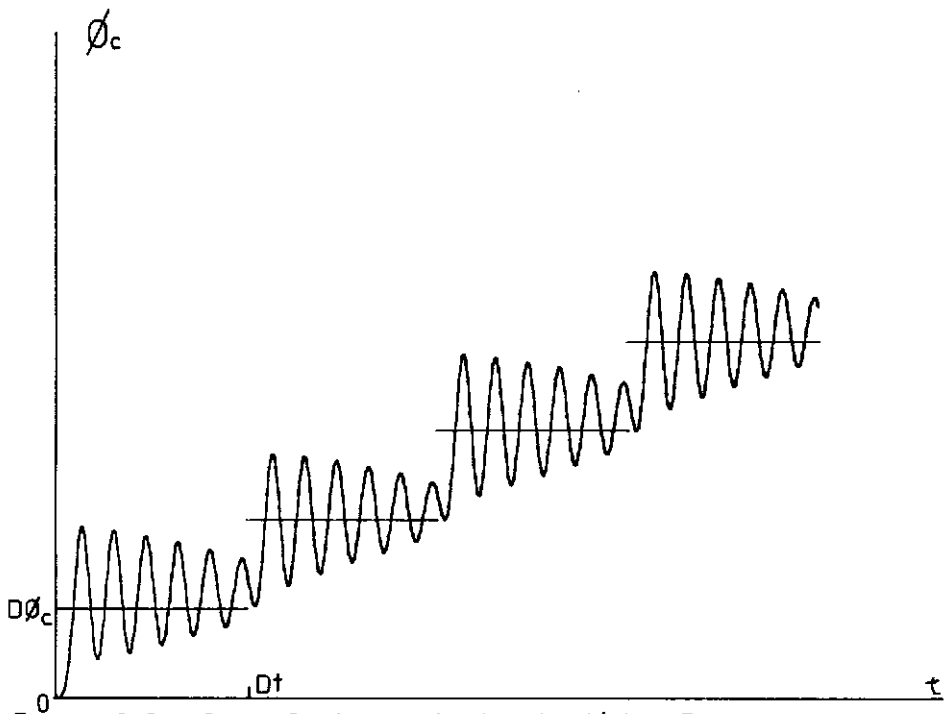


Figura 6.2 - Curva Deslocamento Angular (ϑ_c) x Tempo (t) para a polia de carga fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.1.

se medir a frequência dos passos pela escala do osciloscópio. Para as frequências superiores a 20 Hz este erro é desprezível.

A Figura (6.2) é a curva da simulação computacional feita a partir de um programa construído de acordo com o algoritmo definido no Capítulo III. Para esta curva foram utilizados os mesmos parâmetros definidos pelo experimento que gerou a curva da Figura (6.1). As linhas em forma de degraus representam a posição da polia de carga correspondente à posição de equilíbrio do motor, que para cada intervalo de tempo Δt , gira de um ângulo $\Delta \phi_c$. Este intervalo de tempo é o tempo de duração de cada passo, o que equivale a um período, ($\Delta t = 1/F$). Para a frequência igual a 8,6 Hz, têm-se Δt igual a 0,116 seg. O ângulo $\Delta \phi_c$ é o ângulo equivalente ao passo (p) do motor, sendo igual a $p \cdot R_M/R_C$. Esta relação vem do fato do raio da polia do motor ser diferente do raio da polia de carga. Por isso, um deslocamento angular p do motor, tende a provocar um deslocamento angular $\Delta \phi_c$ na polia de carga.

É necessário observar que a curva da Figura (6.1) foi obtida com o motor em funcionamento, e a Figura (6.2) apresenta o motor partindo do repouso. Para todas as curvas obtidas no osciloscópio, a escala vertical foi a mesma, 0,2 volts/divisão. Alterou-se, no entanto, a escala horizontal de acordo com a frequência. Para a curva da Figura (6.1) foi utilizado a escala de 50 ms/divisão, o que implica, que esta curva representa o panorama do movimento da polia de carga durante um intervalo de 500 ms, ou seja, 0,5 s. Para frequências maiores os intervalos ficaram menores, para que se pudesse obter em média 4 passos na tela.

A curva deslocamento angular x tempo para a polia do motor com este funcionamento a 19 Hz é apresentada na Figura (6.3). Esta curva foi obtida pelo osciloscópio, utilizando-se a escala de 20 ms/divisão na horizontal. Portanto, representa o panorama do funcionamento do motor durante um intervalo de tempo igual a 200 ms, ou 0,2 s.

A simulação computacional para este resultado prático está na Figura (6.4). Nesta figura, os passos do motor aparecem muito bem definidos, não apresentando as duas leves ondulações para cada passo mostradas pela Figura (6.3). Para cada intervalo de tempo Dt , ($Dt = 1/19 \text{ Hz} = 53 \text{ ms}$), o campo magnético (θ) gira de um passo p , e o rotor tende a se deslocar para este novo ponto de equilíbrio.

Com os mesmos parâmetros foram obtidas as curvas das figuras (6.5) e (6.6). Sendo que a da Figura (6.5) é a curva experimental, e da Figura (6.6) é a simulada. Pode-se verificar a enorme semelhança entre o resultado teórico e o resultado experimental. Esta semelhança confere à simulação grande credibilidade.

Ainda com este sistema foram obtidas mais uma curva para a polia do motor e uma para a polia de carga com o motor funcionando a 80 Hz. Estas duas curvas estão nas Figuras (6.7) e (6.9). Para sua obtenção foi utilizada a escala 5 ms/divisão na horizontal, o que representa no total da tela um intervalo de tempo igual a 50 ms, ou seja, um vigéssimo de segundo. Para estas figuras, cada passo gastou um tempo de $1/80 \text{ s}$. Esta é uma outra maneira de se avaliar a relação entre a frequência e o tempo gasto para cada passo de deslocamento. O tempo gasto

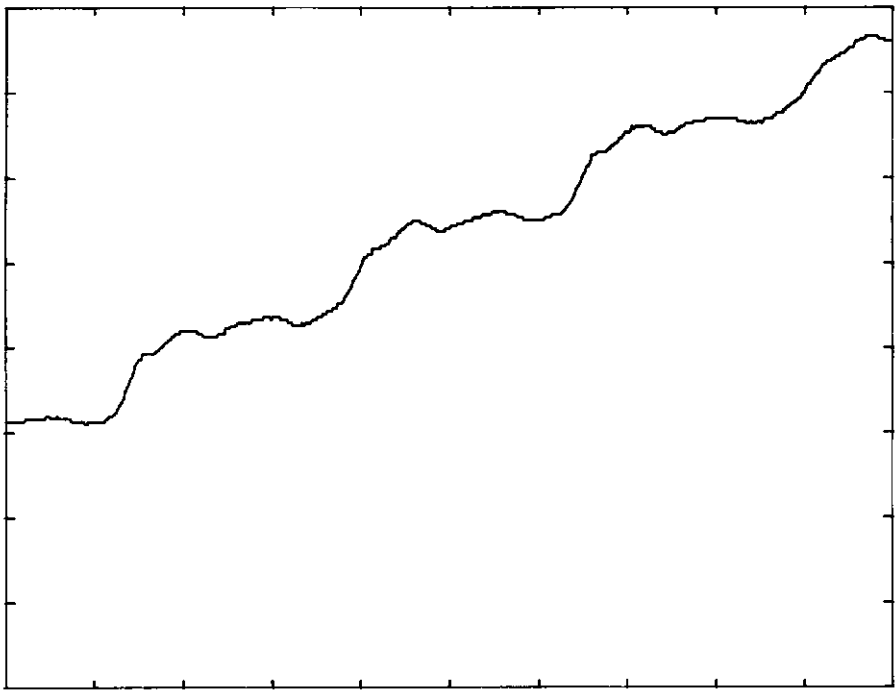


Figura 6.3 – Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor obtida na tela do osciloscópio para $F=19\text{Hz}$ e $J_c=4.7\text{gcm}^2$.

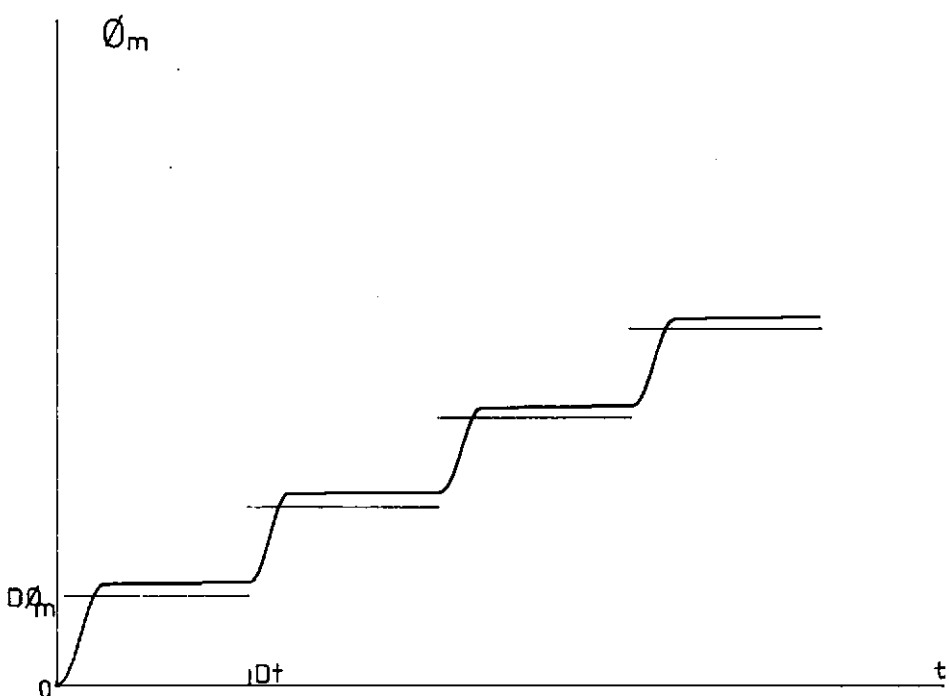


Figura 6.4 -- Curva Deslocamento Angular (θ_m) \times Tempo (t) para a polia do motor fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.3.

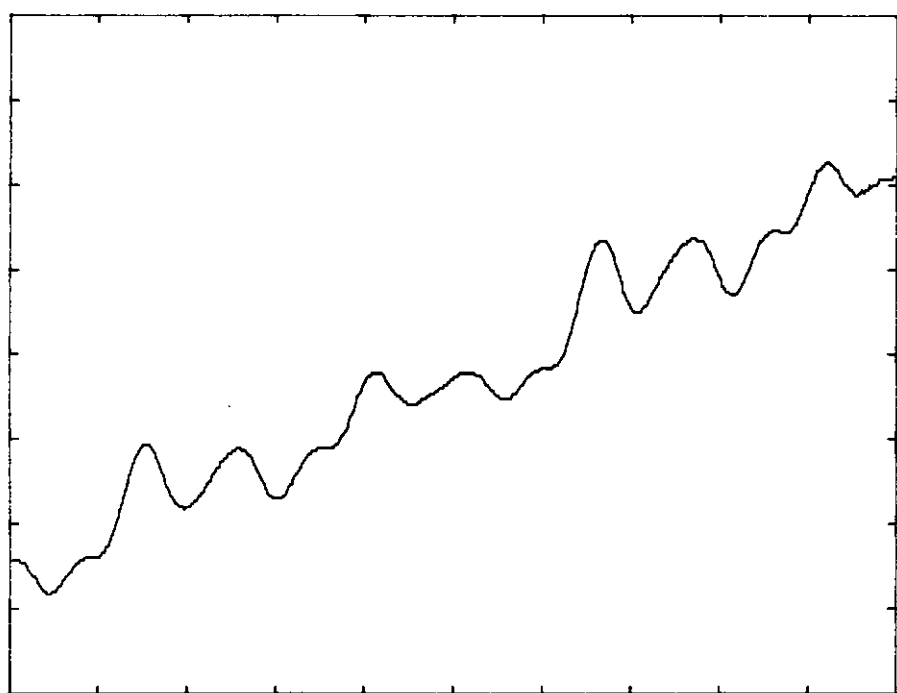


Figura 6.5 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia de carga obtida na tela do osciloscópio para $F=19\text{Hz}$ e $J_c=4.7\text{gcm}^2$.

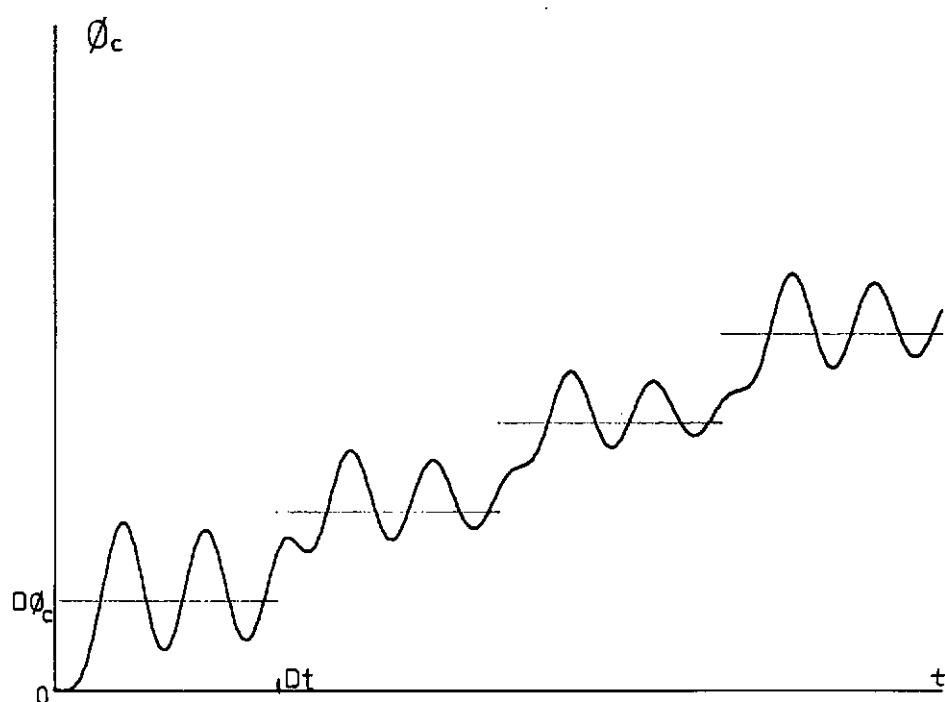


Figura 6.6 - Curva Deslocamento Angular (φ_c) x Tempo (t) para a polia de carga fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.5.

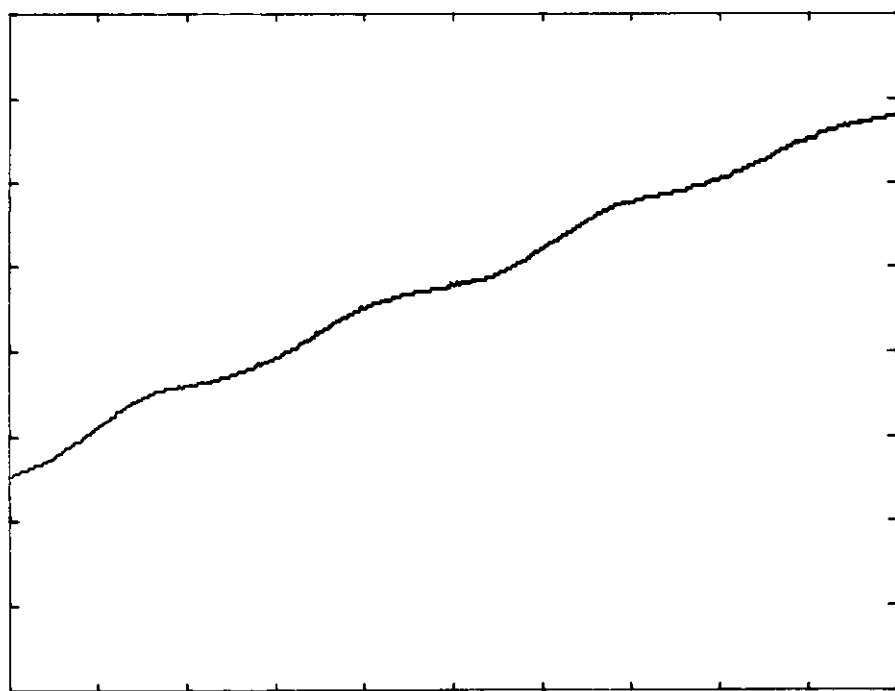


Figura 6.7 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor obtida na tela do osciloscópio para $F=80\text{Hz}$ e $J_c=4.7\text{gcm}^2$.

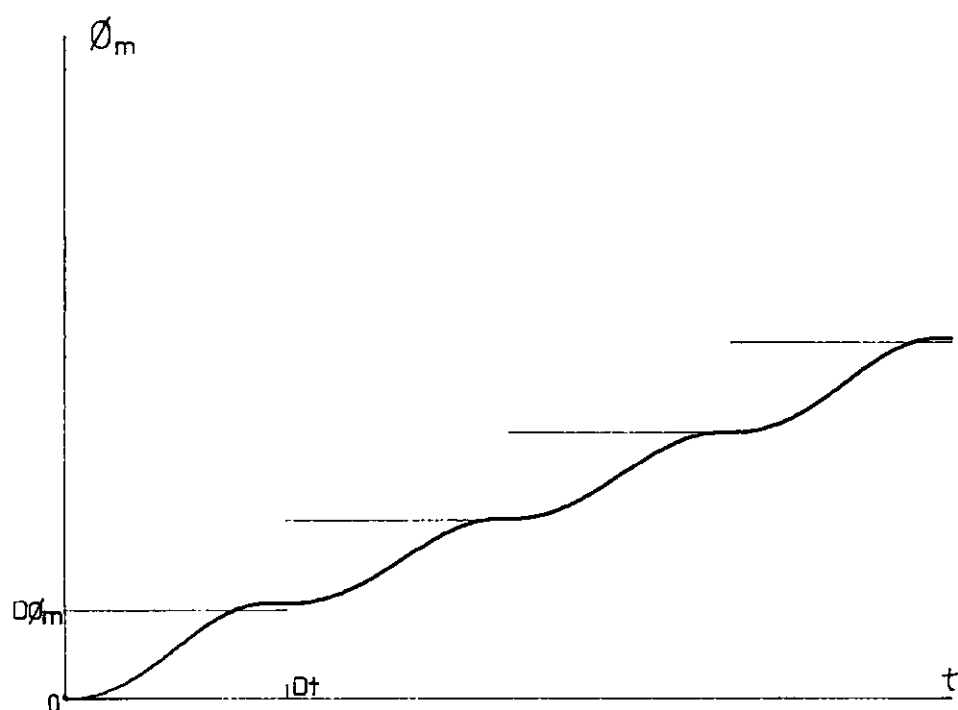


Figura 6.8 - Curva Deslocamento Angular (θ_m) \times Tempo (t) para a polia do motor fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.7.

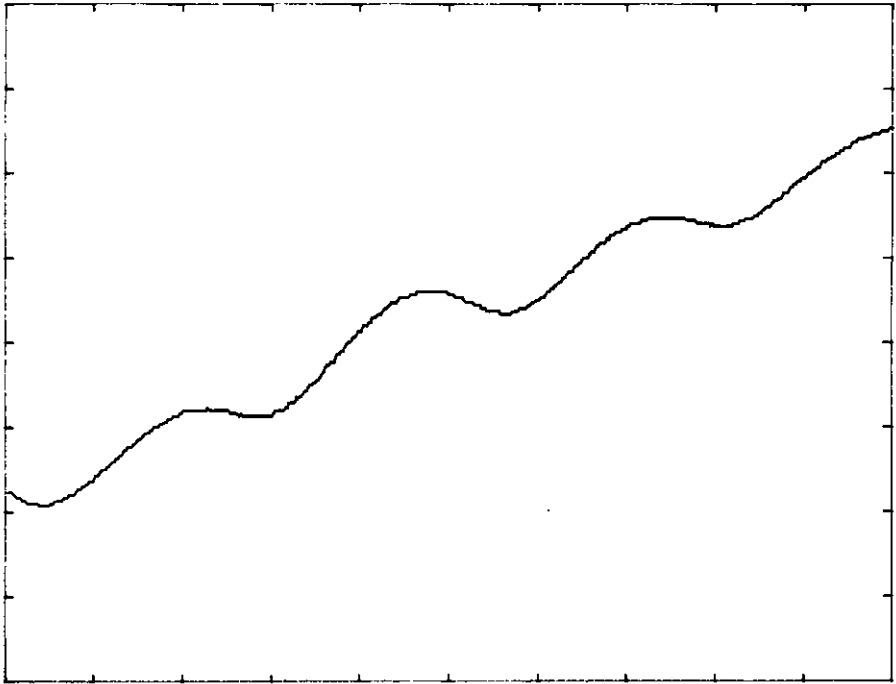


Figura 6.9 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia de carga obtida na tela do osciloscópio para $F=80\text{Hz}$ e $J_c=4.7\text{gcm}^2$.

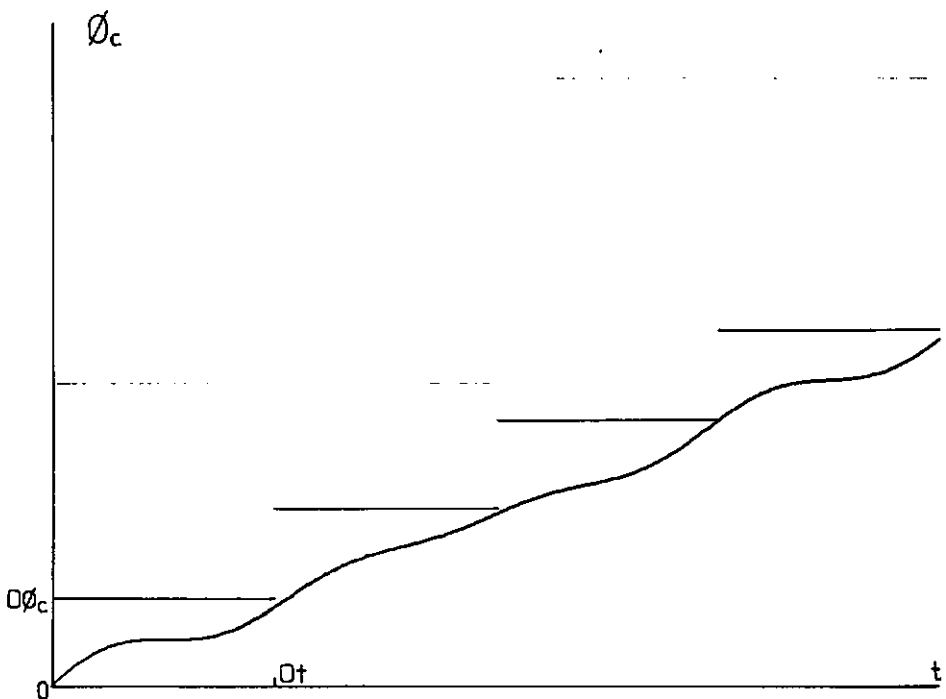


Figura 6.10 - Curva Deslocamento Angular (θ_c) x Tempo (t) para a polia de carga fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.9.

por passo é igual ao inverso da frequência. Assim, quando é dito que o motor funcionou a 20 Hz, subentende-se que ele gasta um vigéssimo de segundo para efetuar um passo.

Nas Figuras (6.8) e (6.10) aparecem a simulação computacional para os casos das Figuras (6.7) e (6.9), respectivamente. Sendo satisfatórios os resultados.

Após ser efetuado todo este procedimento, a próxima etapa consistiu em se alterar a inércia da polia de carga (J_C). Para os exemplos anteriores, esta inércia era de 4,8 g cm². Ao arranjo definido pela bancada de testes na Figura (4.1), foi adicionado uma polia extra que aumentou a inércia da carga para 184 g cm². Dessa maneira, além de se testar mais ainda o grau de acertabilidade do método de simulação apresentado, pode-se verificar que alterações, uma mudança brusca na carga a ser movimentada pode provocar. O resultado para a polia do motor com este funcionando a 8,6 Hz é apresentado na Figura (6.11), e sua simulação na Figura (6.12). As duas figuras apresentam um comportamento muito parecido. No entanto, a curva para a polia de carga para estas condições é que apresenta resultado bem mais interessante. Este resultado está na Figura (6.13), e sua simulação correspondente na Figura (6.14). Aqui cabe assinalar, não só a grande semelhança entre o resultado teórico e o experimental, mas também o sentido físico que ele representa. Este sentido é evidenciado quando se compara a Figura (6.13), com a Figura (6.1). Na Figura (6.1), temos um sistema que movimenta uma carga leve (4,7 g cm²), a qual permite uma rápida resposta do movimento da polia. Esta rápida resposta, provoca várias oscilações, na vizinhança do ponto de equilíbrio, que amortecem lentamente. Já para o caso da Figura (6.13), a carga é pesada

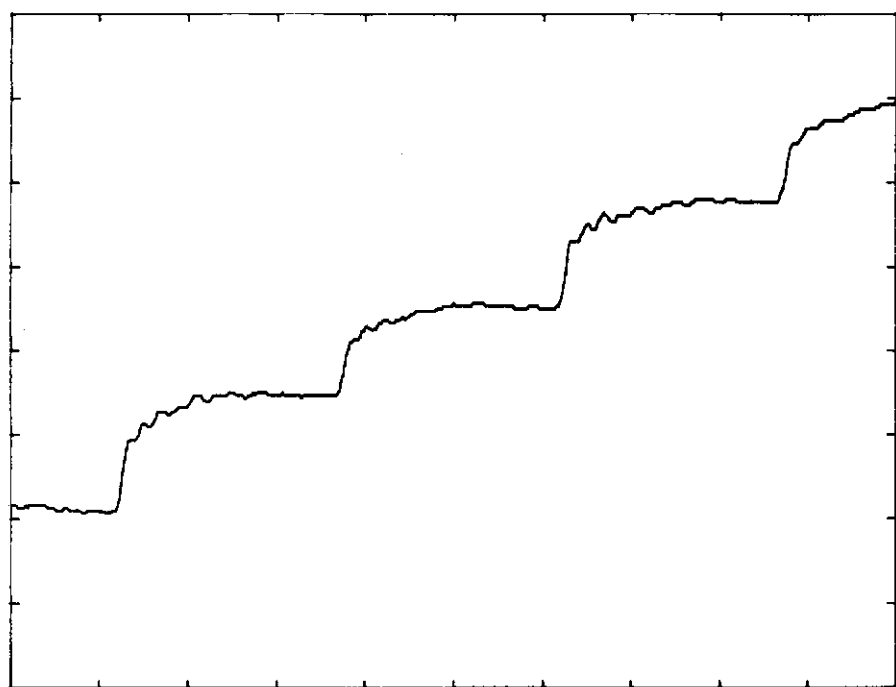


Figura 6.11 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor obtida na tela do osciloscópio para $F=8.6\text{Hz}$ e $J_c=184\text{gcm}^2$.

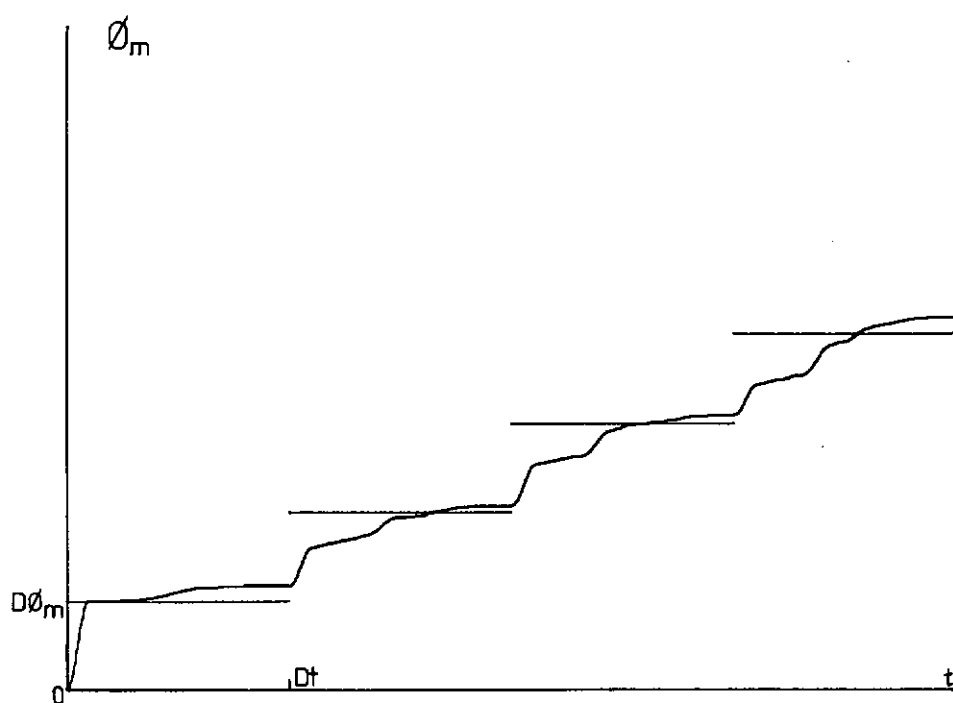


Figura 6.12 - Curva Deslocamento Angular (θ_m) \times Tempo (t) para a polia do motor fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.11.

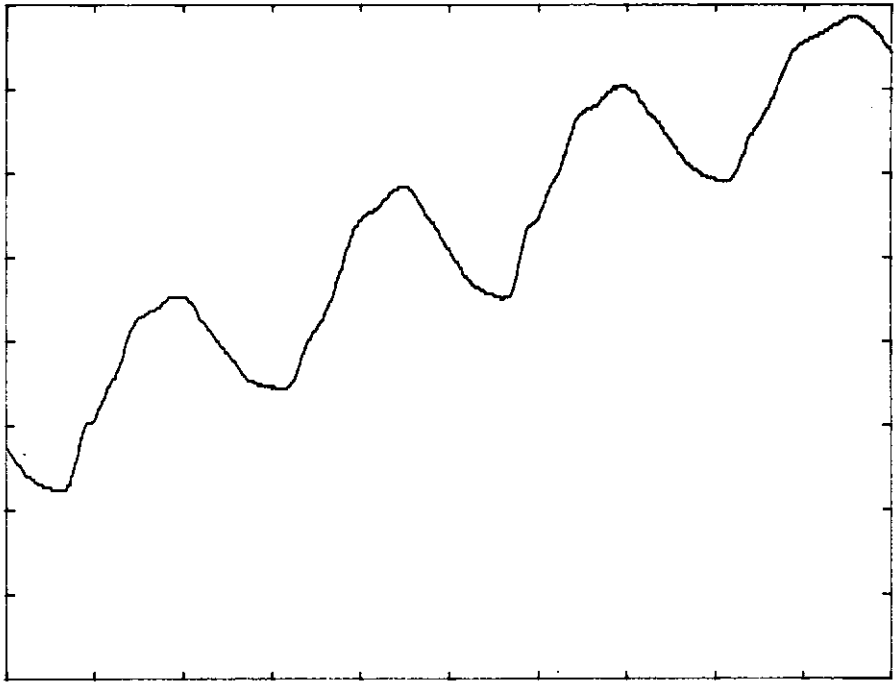


Figura 6.13 – Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor obtida na tela do osciloscópio para $F=8.6\text{Hz}$ e $J_c=184\text{gcm}^2$.

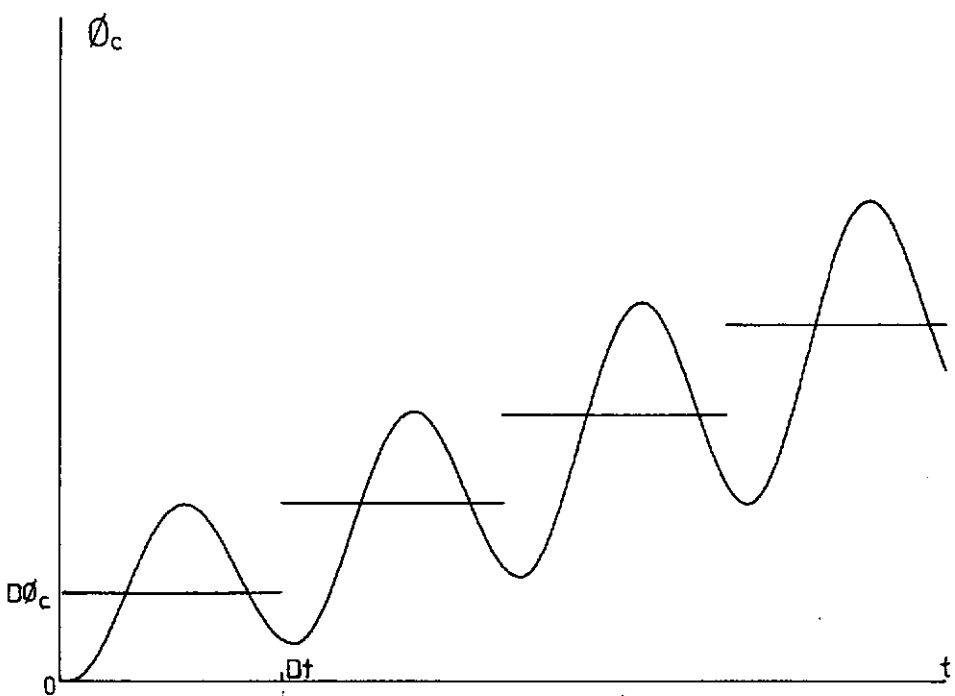


Figura 6.14 – Curva Deslocamento Angular (ϕ_c) \times Tempo (t) para a polia de carga fornecida pela simulação computacional para os mesmos parâmetros da curva da figura 6.13

(184 g cm^2), o que retarda a resposta do movimento da polia. Como a inércia é grande, já não se tem mais rápidas oscilações em torno do ponto de equilíbrio, e sim uma grande ondução que representa um movimento mais lento, mais pesado.

Os resultados apresentados neste capítulo, provam que a simulação computacional baseado no modelo matemático desenvolvida neste trabalho, pode ser encarada como uma valiosa ferramenta para a análise e projeto de plotters ou qualquer sistema semelhante. Apesar da simplicidade deste modelo matemático, ficou evidenciado que esta simulação fornece resultados bastante satisfatórios.

Finalmente, é importante assinalar que para esta simulação, o atrito não foi interpretado como amortecimento viscoso. Isto é, diretamente proporcional à velocidade. O amortecimento em questão foi considerado atrito de coulomb, THOMSON⁷, já que os mancais embora estivessem lubrificados, as velocidades máximas atingidas por motores do tipo apresentado podem ser consideradas pequenas, (cerca de 300 RPM). O fato de se utilizar como amortecimento o atrito de coulomb, complicou um pouco o programa computacional, porque este amortecimento só atua quando há torque motor e/ou velocidade. Devido a isso, foi imperativo construir uma subrotina de maneira que a atuação do atrito ficasse restringida a estas condições.

Para o programa computacional estava se utilizando a princípio 50 intervalos de resolução por cada passo do motor. No entanto, para o funcionamento do motor a pequenas frequências este valor não era o indicado. No final, utilizava-se 200 intervalos de resolução por passo a pequenas frequências, (10 Hz

e 20 Hz), e 100 intervalos de resolução para altas frequências, (mais de 40 Hz). De acordo com isso, o maior intervalo de resolução utilizado para se obter os resultados aqui apresentados foi de 0,002 s.

CAPÍTULO VII

ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA

Os resultados fornecidos pela simulação computacional em confrontação com resultados obtidos pela análise experimental, conforme foi apresentado pelo Capítulo VI, forneceram credibilidade ao modelo matemático criado no Capítulo III. Partindo-se deste princípio, pode-se utilizar a simulação computacional como uma ferramenta muito útil na previsão do comportamento dinâmico de sistemas do tipo aqui apresentado.

O procedimento para esta etapa consiste em primeiro lugar, utilizar a simulação computacional de um plotter com dados similares a um plotter real, a fim de pesquisar a influência dos diversos parâmetros componentes do sistema no comportamento dinâmico do mesmo. Para esta análise foi criado um plotter imaginário com as seguintes características:

- "Holding torque" - ($T = 50 \text{ gf} \times \text{cm}$).
- Torque atritante no conjunto rotor-transmissão-polia do motor - ($T_{AM} = 12 \text{ gf} \times \text{cm}$).

- Torque atritante na polia de carga - ($T_{AC} = 6 \text{ gf} \times \text{cm}$).
- Rigidez do sistema - ($K = 1.000 \text{ gf/cm}$).
- Momento de inércia polar do conjunto rotor-transmissão-polia do motor - ($J_M = 2,0 \text{ g cm}^2$).
- Momento de inércia polar da polia de carga - ($J_C = 100 \text{ g cm}^2$).
- Raio da polia do motor - ($R_M = 0,35 \text{ cm}$).
- Raio da polia de carga - ($R_C = 1,0 \text{ cm}$).

Curvas para estes parâmetros foram construídas pela simulação computacional nas Figuras (7.1), (7.2), (7.3) e (7.4), para frequências de 10 Hz, 20 Hz, 80 Hz e 160 Hz, respectivamente. Com objetivo de fornecer uma boa idéia da precisão dos deslocamentos para cada ocasião, em todas as figuras o motor é apresentado girando dez passos. Devido a este fato, pode-se obter o panorama dos problemas de precisão que possam ocorrer.

Na Figura (7.1.a) é apresentada a curva do deslocamento angular da polia do motor com este funcionando a 10 Hz. A curva correspondente para a polia de carga está na Figura (7.1.b). Os dados citados na legenda da figura são aqueles que para outras simulações apresentadas neste capítulo têm o seu valor alterado. São considerados constantes para todas as simulações os valores da inércia do conjunto rotor transmissão-polia do motor ($J_M = 2,0 \text{ g cm}^2$), raio da polia do motor ($R_M = 0,35 \text{ cm}$) e raio da polia de carga ($R_C = 1,0 \text{ cm}$).

As linhas em forma de degraus que aparecem nas curvas, como já haviam sido descritas no capítulo anterior, são as posi

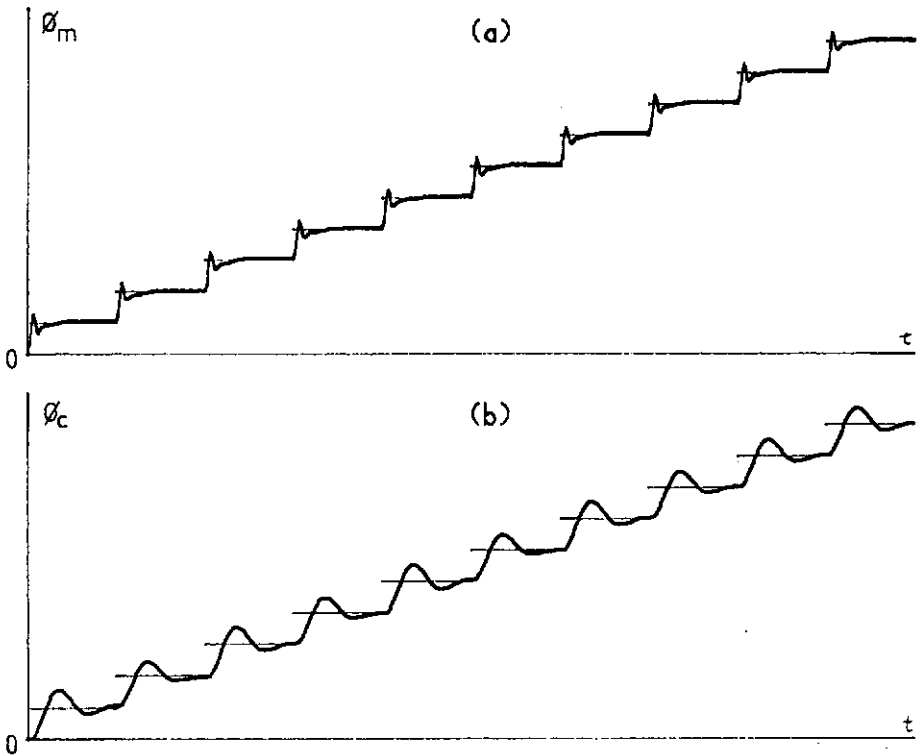


Figura 7.1 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se: $T_{MAX}=50gf \times cm$, $T_{AM}=12gf \times cm$, $T_{AM}=6gf \times cm$, $K=1000gf/cm$, $J_c=100gcm^2$ e $F=10Hz$.

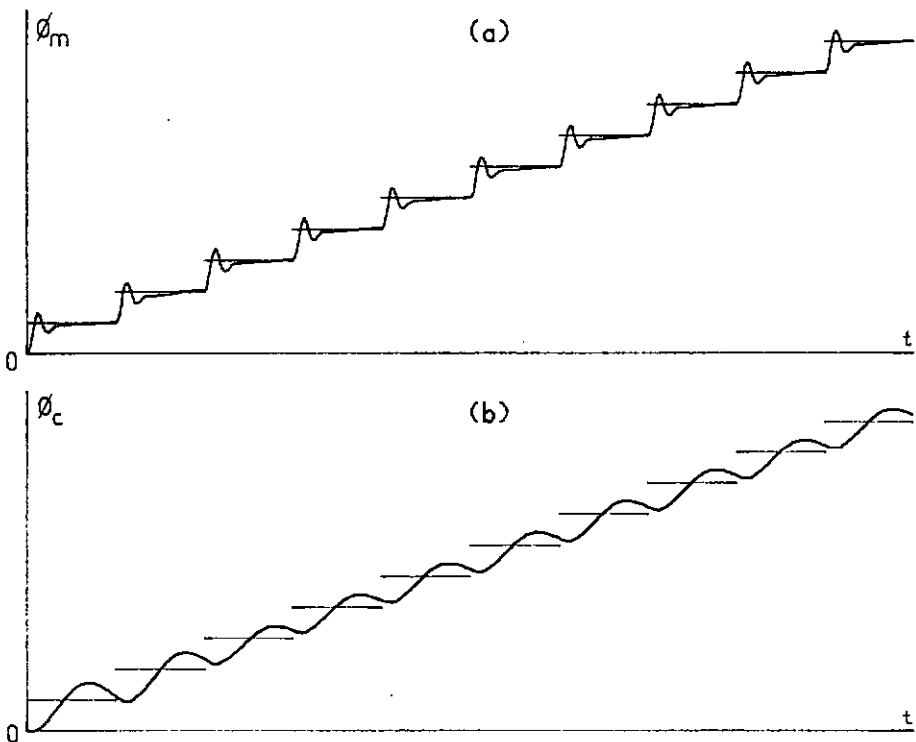


Figura 7.2 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.1 com exceção da frequência $F=20Hz$.

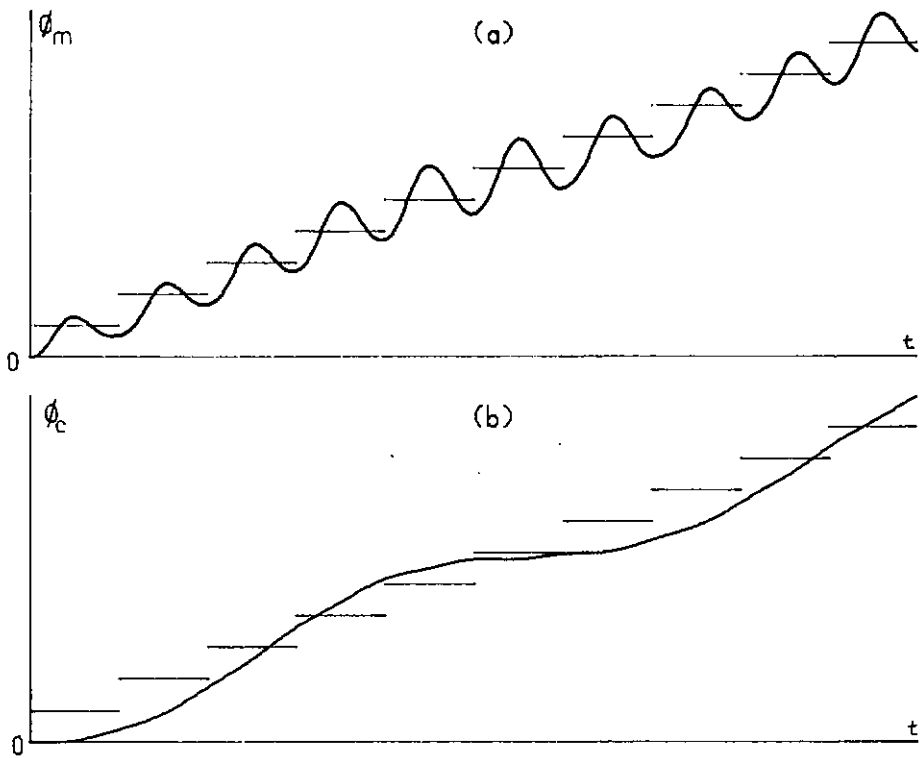


Figura 7.3 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.1 com exceção da frequência $F=80\text{Hz}$.

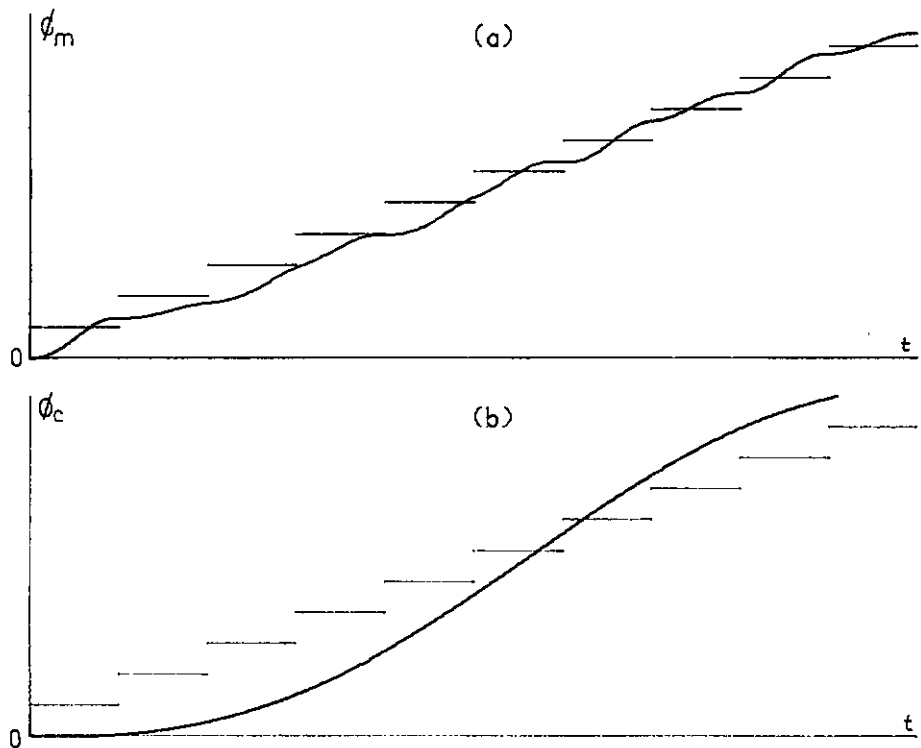


Figura 7.4 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.1 com exceção da frequência $F=160\text{Hz}$.

ções de equilíbrio que o motor e a polia de carga tendem a atingir para cada instante. Para a polia do motor cada intervalo $D\phi_m$ é igual a um passo, ($p = 7,5$ graus no exemplo). Já para a polia de carga cada intervalo $D\phi_c$ tem o valor $D\phi_c = p \cdot R_M/R_C$. Em resumo, quando a polia do motor gira para uma posição de equilíbrio $D\phi_m$, a polia de carga tende a girar para a sua posição de equilíbrio equivalente $D\phi_c$. A escala do tempo t é igual para ambas as curvas.

As curvas apresentadas pelas Figuras (7.1), (7.2), (7.3) e (7.4), representam o funcionamento do plotter imaginário com o motor funcionando em diversas frequências, e serviram como ponto de partida para a observação da influência dos diversos parâmetros separadamente.

Primeiramente, fez-se a observação da influência da rigidez no comportamento dinâmico do sistema. Na Figura (7.5) e (7.6) estão apresentadas curvas do comportamento do sistema para o motor funcionando a 20 Hz e 80 Hz com rigidez $K = 2.000$ gf/cm. Os outros parâmetros utilizados para a elaboração destas duas curvas são os mesmos parâmetros das curvas das Figuras (7.2) e (7.3). A única diferença, no entanto, consiste na rigidez (K). Para as curvas das Figuras (7.2) e (7.3) a rigidez do sistema vale 1.000 gf/cm, e para as curvas das Figuras (7.5) e (7.6) vale exatamente o dobro. Pela comparação dos resultados obtidos nas Figuras (7.3) e (7.6), vemos que para o funcionamento do motor a 80 Hz, não houve mudança significativa no comportamento dinâmico do sistema quando a rigidez passou de 1.000 gf/cm para 2.000 gf/cm. No entanto, esta alteração na rigidez provocou um aumento na amplitude de vibração, tanto para a polia do motor, quanto para a polia de carga com o motor funcionando a

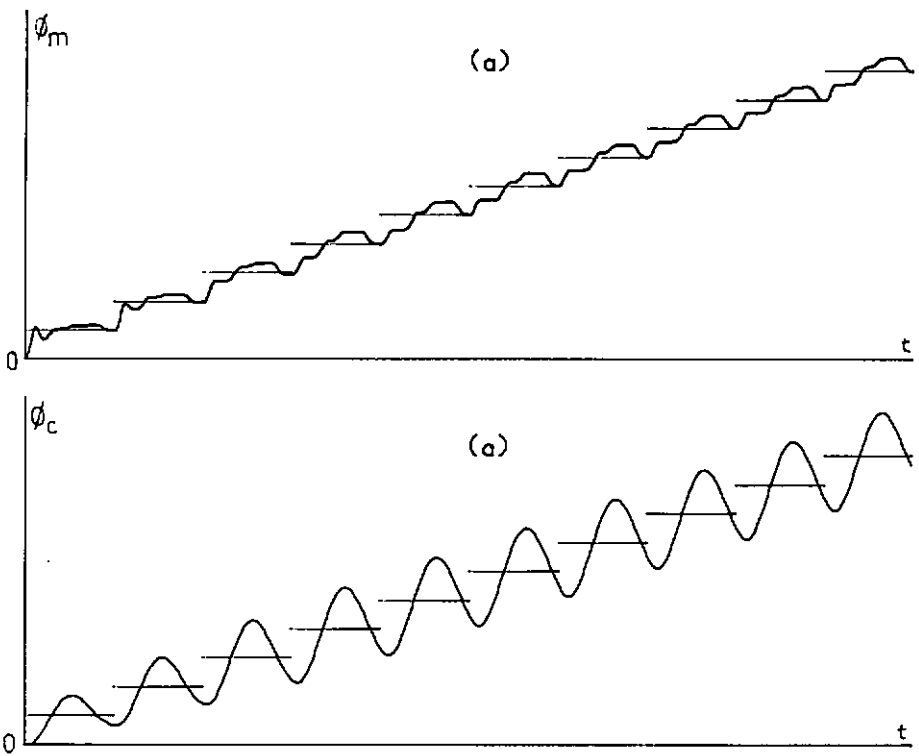


Figura 7.5 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se: $T_{MAX}=50\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AM}=12\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AC}=6\text{gf}\times\text{cm}$, $K=2000\text{gf/cm}$, $J_c=100\text{gcm}^2$ e $F=20\text{Hz}$.

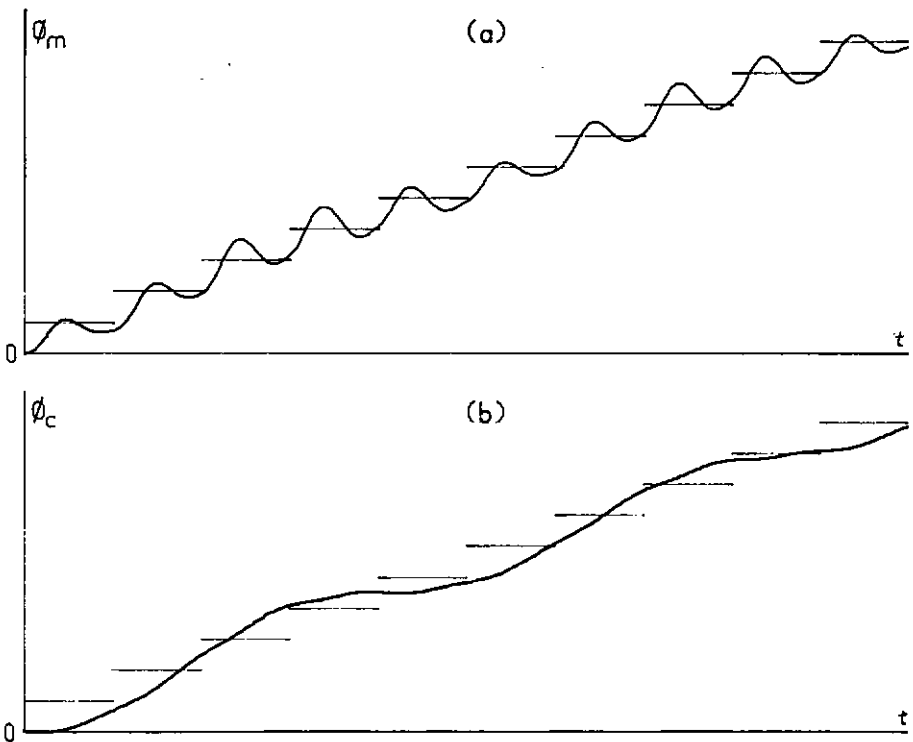


Figura 7.6 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.5 com exceção da frequência $F=80\text{Hz}$.

20 Hz, como ficou evidenciado na comparação entre as Figuras (7.2) e (7.5). Isto significa, que um sistema como o descrito neste estudo, pode apresentar determinadas instabilidades dinâmicas em uma determinada faixa de frequência sem apresentar alterações no seu comportamento em outras faixas. Este fato ficará mais evidenciado adiante.

De uma maneira geral, o efeito obtido ao se aumentar a rigidez do sistema, consistiu em aproximar o comportamento do motor ao comportamento da carga. Para uma rigidez infinita, as curvas da polia do motor e da polia de carga seria idênticas. Isto é, a inércia da carga poderia ser considerada incorporada a inércia do motor. Já para o caso de uma rigidez muito baixa, a interação entre o comportamento destes dois elementos fica menor. Como exemplo é apresentado as Figuras (7.7) e (7.8), em que temos o mesmo sistema anterior agora com a rigidez valendo 100 gf/cm. O resultado de uma rigidez tão baixa é que a polia do motor se desloca diversos passos sem que haja movimento na polia de carga. Devido a este fato, a polia de carga tem uma resposta lenta ao deslocamento de seu ponto de equilíbrio. Um detalhe que deve ser assinalado é o de que as curvas da polia do motor das Figuras (7.7.a) e (7.8.a) são idênticas as curvas das Figuras (7.2.a) e (7.3.a).

O aumento isolado do atrito no conjunto rotor-transmissão-polia do motor ($T_{AM} = 20 \text{ gf} \times \text{cm}$) diminui a oscilação angular da polia do motor. No entanto, pode causar o aumento da amplitude da oscilação na polia de carga, conforme é mostrado pelas curvas da Figura (7.9) em comparação com as curvas da Figura (7.2) para as quais o atrito é menor, ($T_{AM} = 12 \text{ gf} \times \text{cm}$). Para ambos os casos o motor está funcionando na frequência de

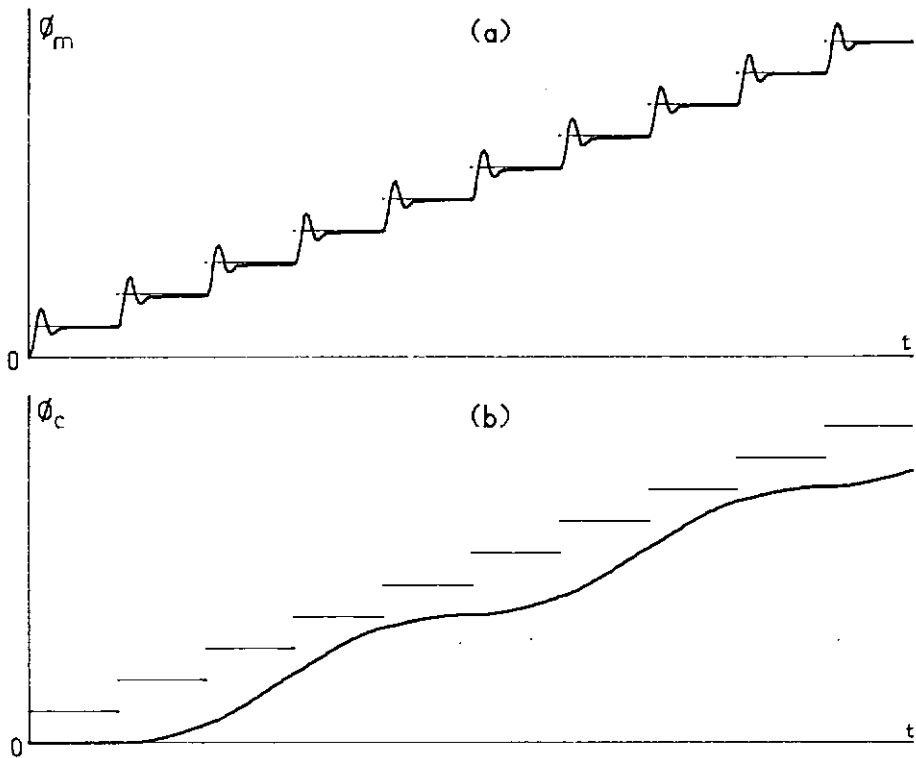


Figura 7.7 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se: $T_{MAX} = 50 \text{ gf} \times \text{cm}$, $T_{AM} = 12 \text{ gf} \times \text{cm}$, $T_{AC} = 6 \text{ gf} \times \text{cm}$, $K = 100 \text{ gf/cm}$, $J_c = 100 \text{ gcm}^2$ e $F = 20 \text{ Hz}$.

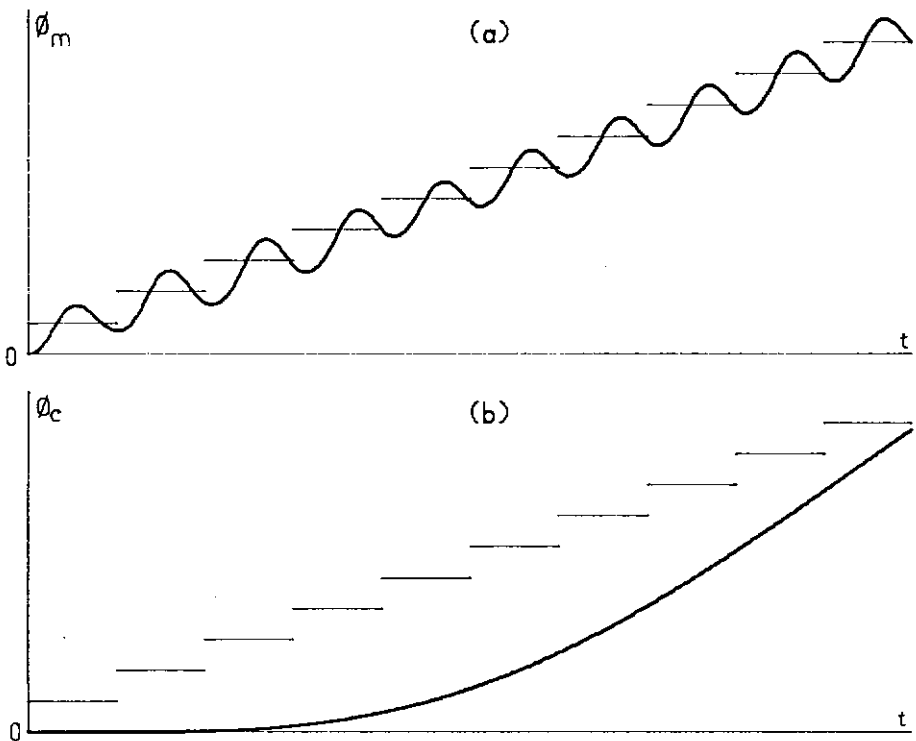


Figura 7.8 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.7 com exceção da frequência $F = 80 \text{ Hz}$.

20 Hz. Para o motor funcionando a 80 Hz tem-se as curvas da Figura (7.10). Para esta figura a curva da polia de carga (7.10.b) não apresentou qualquer alteração em relação ao funcionamento com o atrito do motor menor, Figura (7.3.b).

O aumento isolado do atrito na polia de carga ($T_{AC} = 10 \text{ gf} \times \text{cm}$), diminui a amplitude da oscilação angular da polia de carga com o motor funcionando a 20 Hz, (ver Figura (7.11.b) em comparação com a Figura (7.2.b)). No entanto, o aumento deste amortecimento causou uma defasagem da posição da polia de carga em torno do seu ponto de equilíbrio da ordem de 10%, conforme está evidenciado na Figura (7.11.b). Este fato demonstra que a utilização de mais atrito para estabilizar o sistema pode causar aumento do erro de posicionamento. Para o motor funcionando a 80 Hz não se nota qualquer alteração no comportamento do sistema devido ao aumento do atrito na polia de carga, (Figura 7.12) em comparação com Figura (7.3)). Neste momento pode-se concluir que o sistema apresenta maiores perturbações quando o motor funciona a baixas frequências, (abaixo de 20 Hz). Para o motor funcionando com frequências mais altas o sistema fica mais insensível à variação dos parâmetros. Este fato tem relação com a frequência crítica do sistema.

Como já havia sido citado anteriormente neste capítulo, a instabilidade dinâmica do sistema é maior dentro de determinadas faixas de frequência do funcionamento do motor. Um exemplo ilustrativo deste tipo de ocorrência é apresentado pelo conjunto das Figuras (7.13), (7.14) e (7.15). A Figura (7.13) apresenta o comportamento da polia do motor e da polia de carga, com os mesmos dados que foram utilizados na obtenção das curvas da Figura (7.1), com exceção dos amortecimentos. Para estas

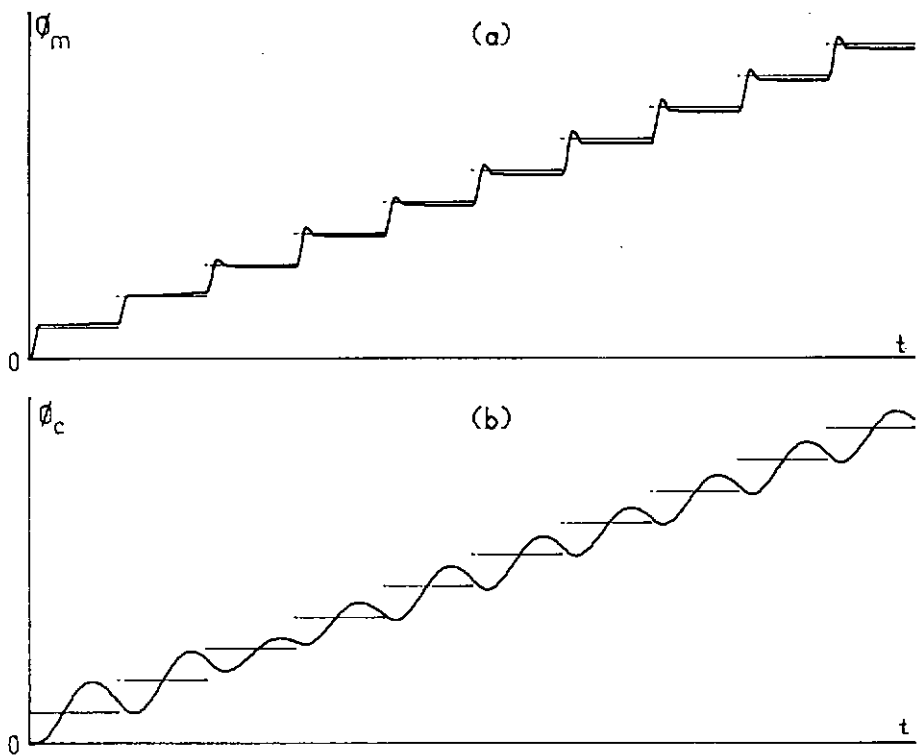


Figura 7.9 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se $T_{MAX}=50\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AM}=20\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AC}=6\text{gf}\times\text{cm}$, $K=1000\text{gf/cm}$, $J_c=100\text{gcm}^2$ e $F=20\text{Hz}$.

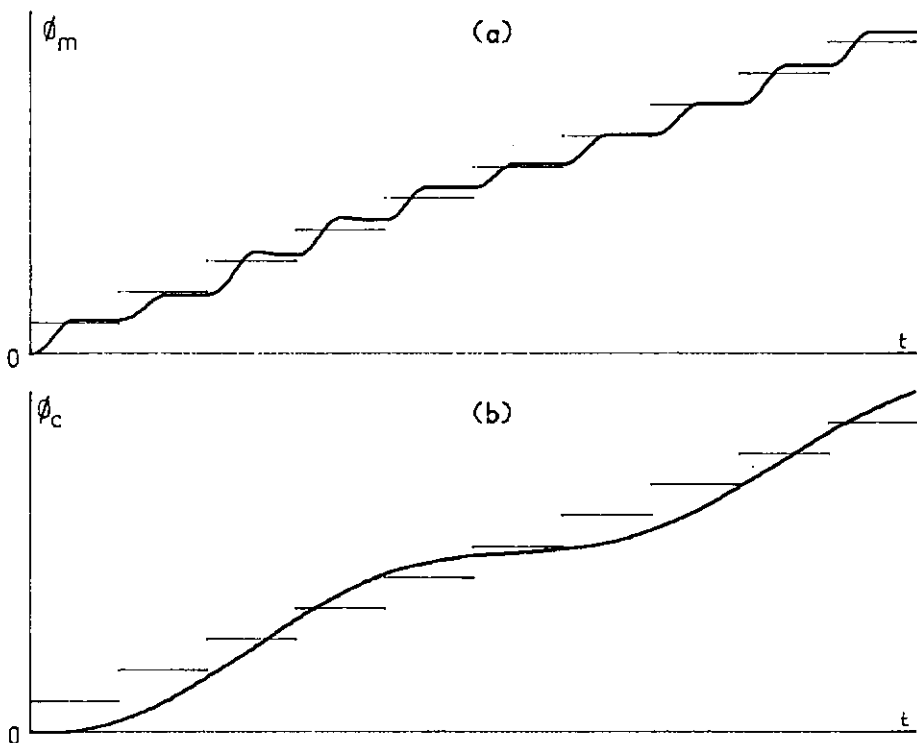


Figura 7.10 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.7 com exceção da frequência $F=80\text{Hz}$.

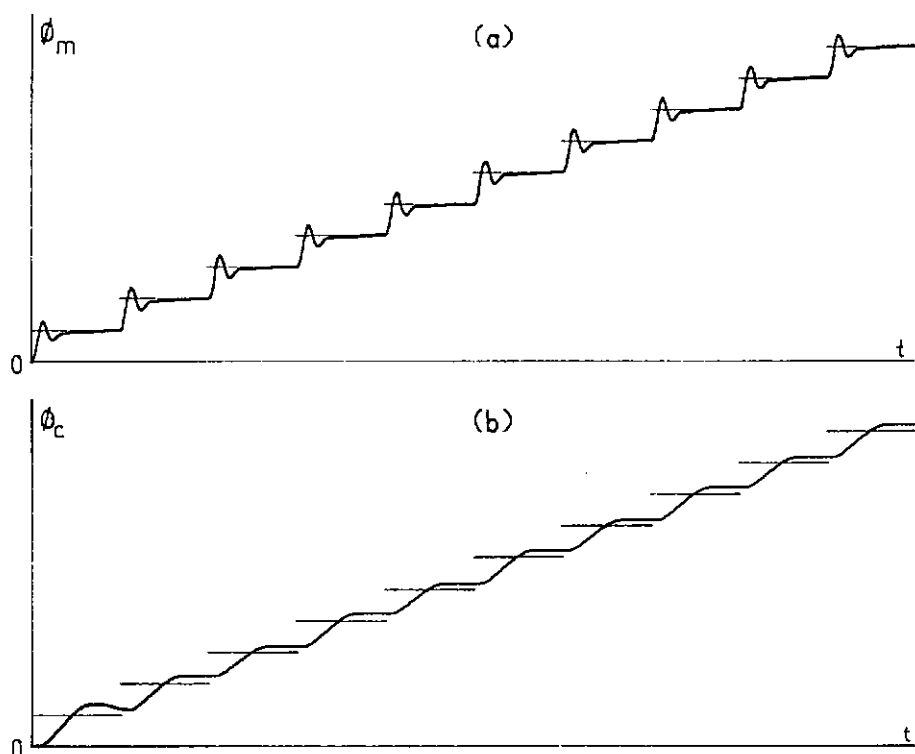


Figura 7.11 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se $T_{MAX}=50\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AM}=12\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AC}=10\text{gf}\times\text{cm}$, $K=1000\text{gf}/\text{cm}$, $J_c=100\text{gcm}^2$ e $F=20\text{Hz}$.

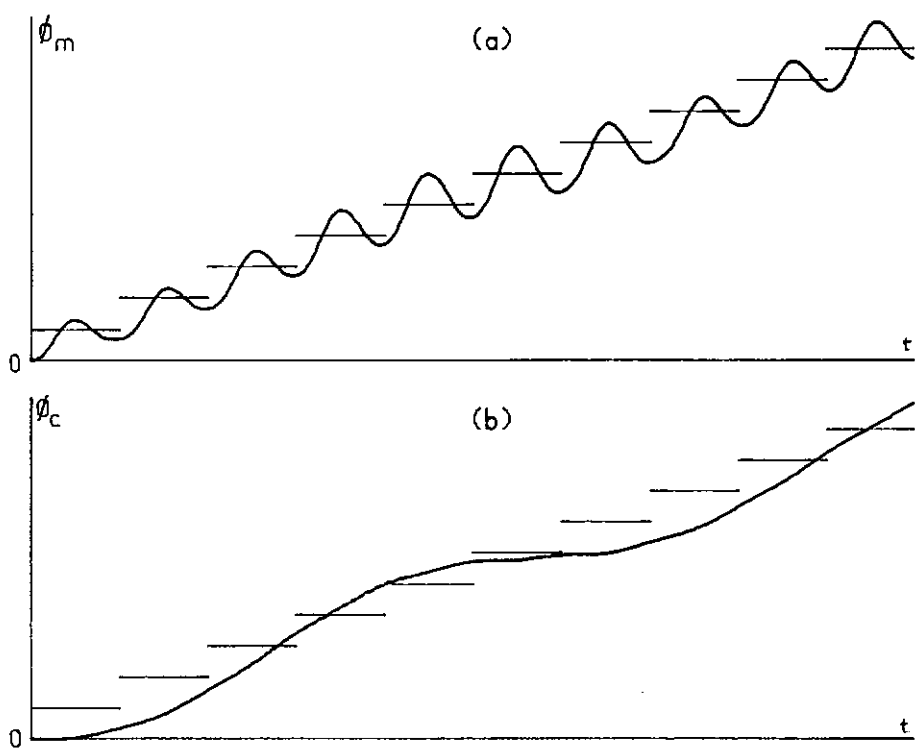


Figura 7.12 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.11 com exceção da frequência $F=80\text{Hz}$.

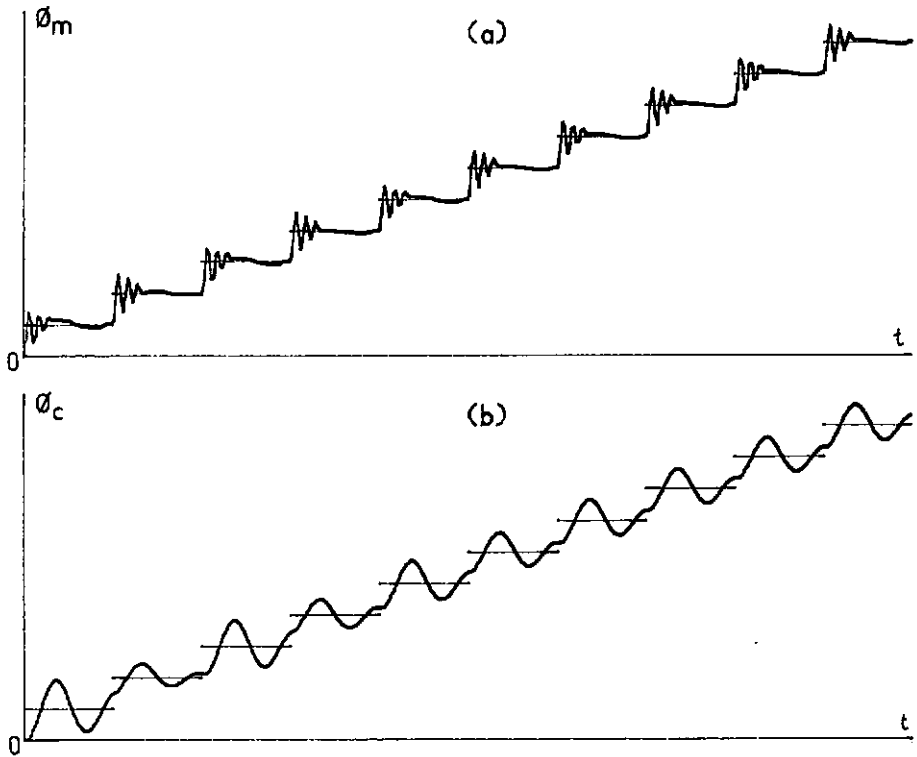


Figura 7.13 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se $T_{MAX}=50\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AM}=6\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AC}=2\text{gf}\times\text{cm}$, $K=1000\text{gf}/\text{cm}$, $J_c=100\text{gcm}^2$ e $F=10\text{Hz}$.

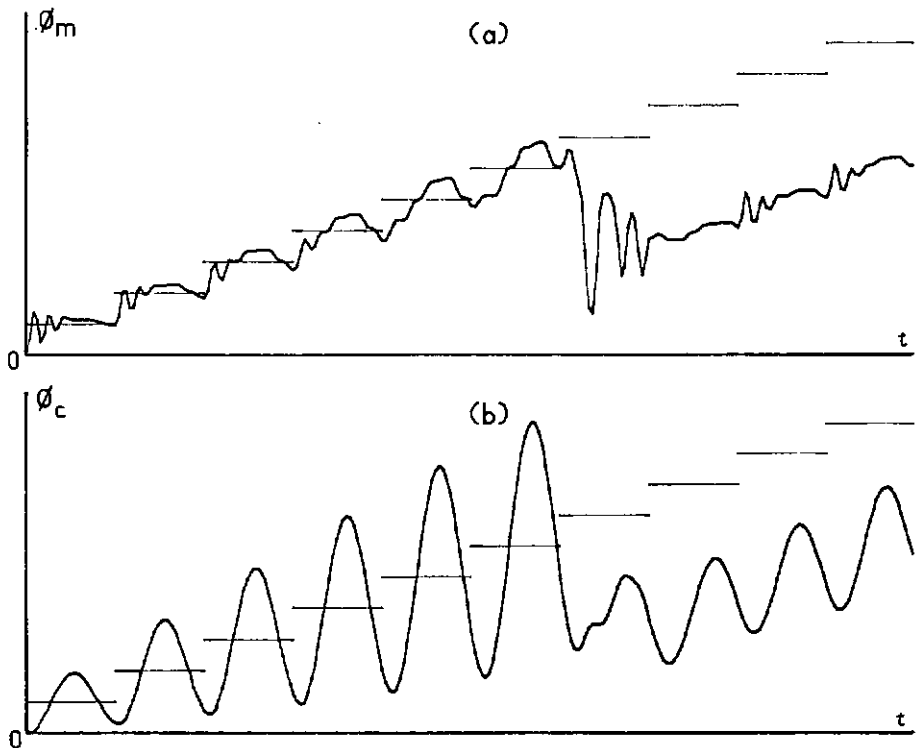


Figura 7.14 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.13 com $F=15\text{Hz}$.

curvas, como os amortecimentos são menores, ocorre maiores oscilações tanto para a polia de carga quanto para o conjunto do motor. No entanto, essas oscilações não impedem o correto deslocamento destes elementos para o sistema funcionando a 10 Hz. Quando neste sistema o motor é colocado a funcionar a 15 Hz, ocorre um grave problema de instabilidade dinâmica com perdas de passos como é apresentado na Figura (7.14). O fenômeno que ocorre nesta figura está de acordo com a mudança no intervalo do ponto de equilíbrio citada no Capítulo III, e corresponde a uma ocorrência similar verificada em um plotter no Laboratório de Dinâmica das Máquinas da COPPE/UFRJ. Porém, quando o motor passa a trabalhar na frequência de 20 Hz (Figura 7.15), esta perda de passos não acontece mais. Isto evidencia a existência de frequências críticas para o sistema do exemplo. Em casos que o atrito seja menor, pode ocorrer até um adiantamento da posição angular, como é apresentado na Figura (7.16). Nas curvas desta figura, a instabilidade dinâmica na frequência crítica aliada a pouco atrito provocou um avanço da posição angular, tanto da polia do motor quanto da polia de carga, em relação à posição desejada. Ainda em relação à frequência crítica, seguidas simulações demonstraram que as instabilidades ocorridas podem ser amenizadas eficientemente de duas maneiras principais:

- 1º) pela diminuição do "holding torque" conforme é demonstrado pelas Figuras (7.17) e (7.18), aonde foram feitas simulações computacionais com mesmos parâmetros da simulação da Figura (7.14), porém com "holding torque" menor. Na Figura (7.17) para o "holding torque" $T = 40 \text{ gf} \times \text{cm}$, tanto a polia do motor quanto a polia de carga apresentam grande oscilação em

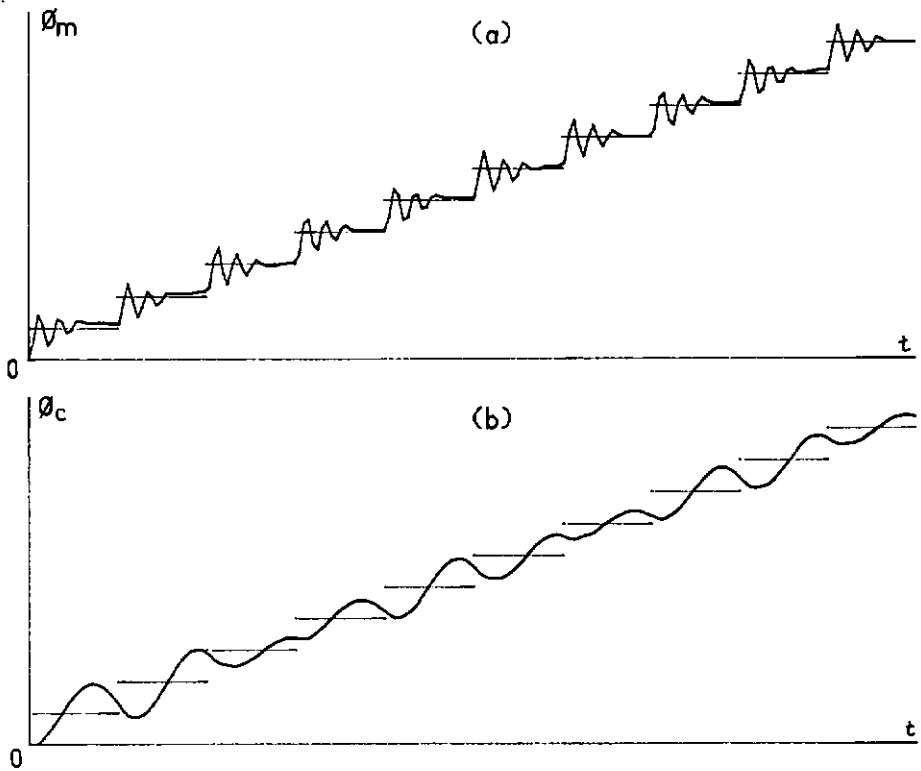


Figura 7.15 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.13 com $F=20\text{Hz}$.

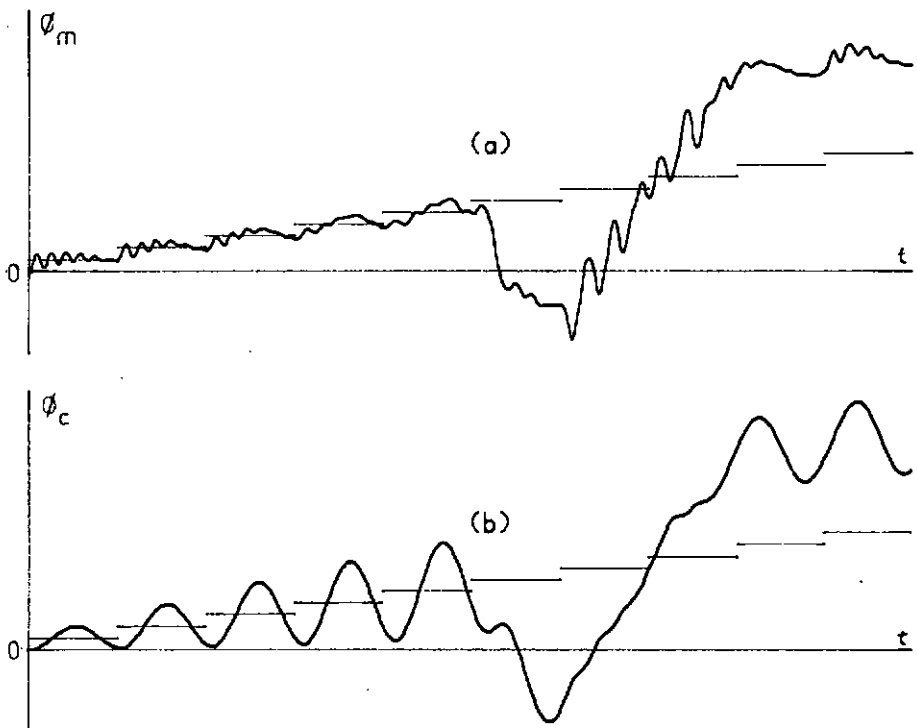


Figura 7.16 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se $T_{MAX}=50\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AM}=3\text{gf}\times\text{cm}$, $T_{AC}=1\text{gf}\times\text{cm}$, $K=1000\text{gf}/\text{cm}$, $J_c=100\text{gcm}$ e $F=15\text{Hz}$.

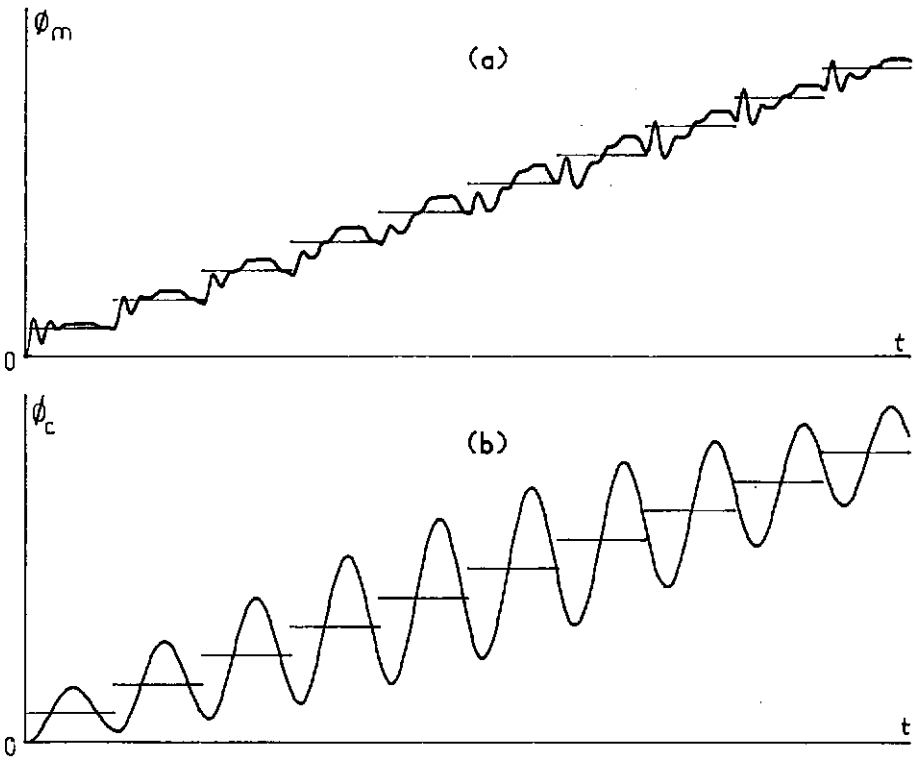


Figura 7.17 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.14 com exceção do torque $T_{MAX} = 40 \text{ gf} \times \text{cm}$

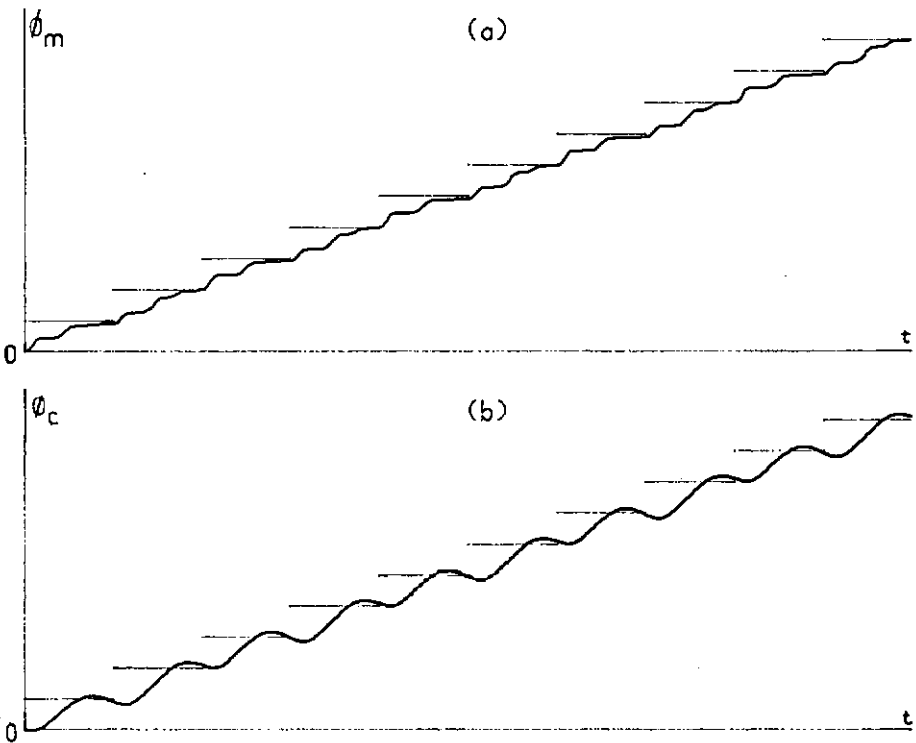


Figura 7.18 - Curva Deslocamento Angular x Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se os mesmos parâmetros das curvas da figura 7.14 com exceção do torque $T_{MAX} = 10 \text{ gf} \times \text{cm}$

torno dos pontos de equilíbrio sem no entanto haver defasamento. Já para as curvas apresentadas pela Figura (7.18) quando foi utilizado um "holding torque" bem menor, ($T = 10 \text{ gf} \times \text{cm}$), têm-se as oscilações extremamente reduzidas;

- 29) pelo aumento do amortecimento, o que significa na prática, aumento no atrito. Mas esta medida, porém pode aumentar o erro de posicionamento do sistema. Na curva da Figura (7.19.b) em comparação com a Figura (7.2.b), pode-se verificar que o aumento do atrito provocou um erro em torno de 40% na posição desejada para o 4º passo da polia de carga, o que é indesejável para o funcionamento de sistemas que necessitam boa precisão.

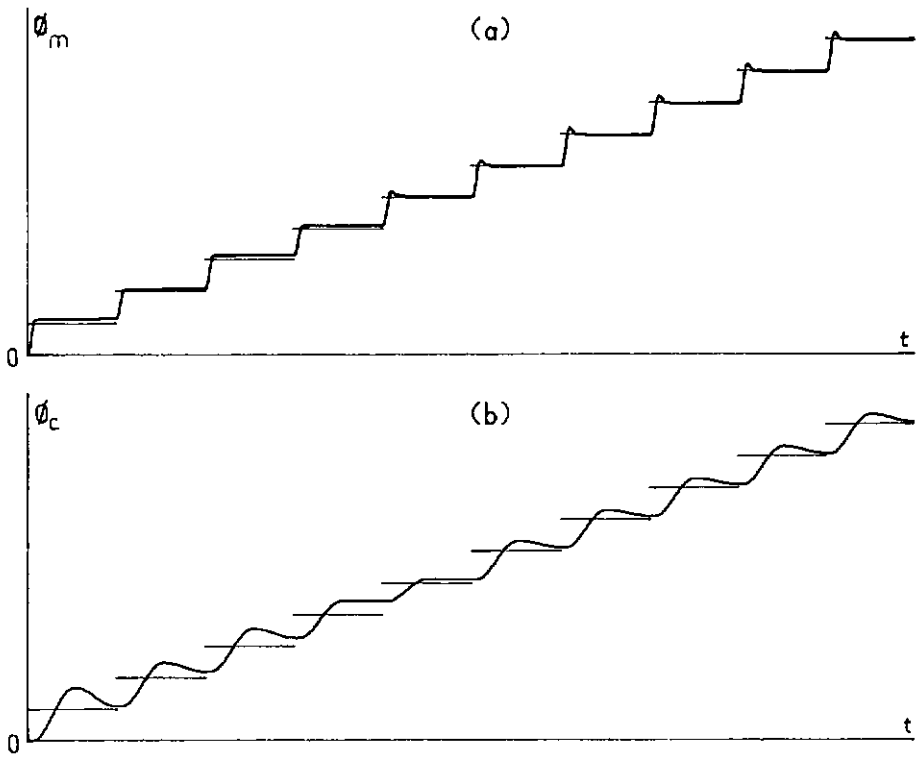


Figura 7.19 - Curva Deslocamento Angular \times Tempo para a polia do motor (a) e para a polia de carga (b), utilizando-se $T_{MAX} = 50 \text{ gf} \times \text{cm}$, $T_{AM} = 20 \text{ gf} \times \text{cm}$, $T_{AC} = 10 \text{ gf} \times \text{cm}$, $K = 1000 \text{ gf/cm}$, $J_c = 1000 \text{ gcm}^2$ e $F = i5 \text{ Hz}$.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÃO

Apesar da simplicidade do modelo matemático, o trabalho apresentado mostrou ser este modelo bastante adequado para a representação do comportamento dinâmico do plotter. Embora o sistema escolhido tenha sido o de um mecanismo acionador de um plotter do tipo papel estacionário, este mesmo modelo com poucas alterações pode representar o funcionamento do mecanismo acionador de um plotter de outro tipo.

Mesmo com o algoritmo do programa computacional utilizando o método numérico mais indicado (Runge Kutta), o tempo de processamento do programa se mostrou extenso, (cerca de uma hora), para um algoritmo relativamente simples. Isto devido ao fato do computador utilizado, (Tektronix 4051), não ser o mais adequado em termos de velocidade de processamento, mas que por outro lado, apresenta: saída gráfica em plotter digital, comunicação periférica com osciloscópio digital com memória, armazenamento de dados em fita e capacidade de aquisição de dados.

A bancada de testes e o sistema de medidas apresentaram boa confiabilidade que permitiu conseguir medidas com precisão

satisfatória, apesar da existência de fatores que provocavam pequenas alterações, (até 3%), nas condições experimentais. Apesar destas dificuldades, a confrontação entre simulação computacional e análise experimental forneceu uma grande credibilidade ao modelo matemático e ao programa computacional. Com isto, a simulação apresentada aparece como uma poderosa ferramenta tanto para análise quanto para projeto de um plotter do tipo apresentado ou de construção similar. A simulação é, principalmente, de grande utilidade para projeto, pois permite que se conheça o desempenho do plotter antes de sua construção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - FITZGERALD, A.E., KINGSLEY, C. e KUSKO, A., Máquinas Elétricas, Editora McGraw Hill do Brasil, 1ª edição, pp. 2-14, 1977.
- 2 - FALCONE, A.G., Eletromecânica, Editora Edgard Blücher, 1ª edição, p. 186, 1979.
- 3 - VENKATARATNAM, K., SARKAR, S.C., e PALANI, S., Synchronizing Characteristics of a Step Motor, IEE - Transactions on Automatic Control, vol. AC-14, p. 511, 1969.
- 4 - DELGADO, M.A., Mathematical Model of a Stepping Motor Operating as a Fine Positioner Around a Given Step, IEE - Transactions on Automatic Control, pp. 394-397, 1969.
- 5 - KUO, B.C., SINGH, G. e YACKEL, R., Modeling and Simulation of a Stepping Motor, IEE - Transactions, on Automatic Control, vol. AC-14, pp. 745-747, 1969.
- 6 - BOYCE, W.E. e PRIMA, R.C.D., Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, John Wiley & Sons, Third Edition, pp. 358-361, 1977.
- 7 - THOMSON, W.T., Teoria da Vibração, Editora Interciência, 1ª edição, p. 32, pp. 119-120, 1978.

- 8 - GUPTA, R.K. e MATHUR, R.M., Transient Performance of Variable Reluctance Stepping Motors, IEE - Small Electric Machines, Conference Publication nº 136, pp. 109-112, 1976.
- 9 - SINGH, G. and KUO, B.C., Computer Simulation of Permanent-magnet Stepping Motors, IEE - Small Electric Machines, Conference Publication nº 136, pp. 113-116, 1976.
- 10 - MUGHES, A., LAWRENSEN, P.J. and DAVIES, T.S., Pull-out Torque Characteristics of a Hybrid Stepping Motors, IEE - Small Electric Machines, Conference Publication nº 136, pp. 117-119, 1976.
- 11 - PACITTI, T., e ATKINSON, C.P., Programação e Métodos Computacionais vol. 2, Livros Técnicos e Científicos Editora, 2ª edição, pp. 495-501, 1977.
- 12 - SCIEZSKO, J.L. e SOUZA, A.C., Computer Simulation of Stepping Motor Driven Digital Plotter, International Symposium on Design and Synthesis, 3-F33, 1984.
- 13 - SOUZA, A.C. e SCIEZSKO, J.L., Problemas de Instabilidade Dinâmica na Utilização de Motor Passo a Passo em Plotter, V Seminário ADUNESP - Guaratinguetã, SP, 1984.
- 14 - SHIGLEY, J.E., Dinâmica das Máquinas, Editora Edgard Blücher, 1ª edição, pp. 150-169, 1969.
- 15 - SETO, W.W., Vibrações Mecânicas, Editora McGraw-Hill do Brasil, 1ª edição, pp. 51-52, 1971.

APÊNDICE A

FORÇA MAGNÉTICA COMO FUNÇÃO DA DISTÂNCIA
EM UM MOTOR LINEAR ELEMENTAR

Este item visa demonstrar como a configuração geométrica pode alterar o comportamento dinâmico de um sistema impulsional por forças magnéticas.

A Figura A.1.a representa dois elementos magneticamente polarizados e de sinais opostos. Sendo o elemento A fixo, e o elemento B possuindo apenas movimento na direção horizontal. Este sistema representa um motor linear elementar.

A força que produz movimento no elemento B, é a componente horizontal (F_H). Na Figura A.1.a é definido como origem o ponto 0, e como unidade de deslocamento, a distância d.

Considerando-se como de dimensões reduzidas os elementos A e B, pode-se utilizar a equação da força magnética para cargas pontuais:

$$F = \frac{K}{\ell^2}$$

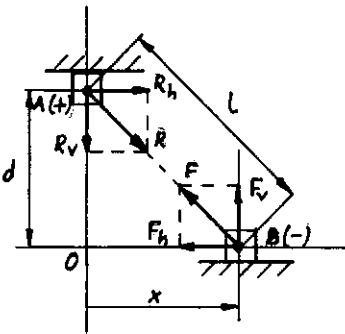


Figura A1 - (a)

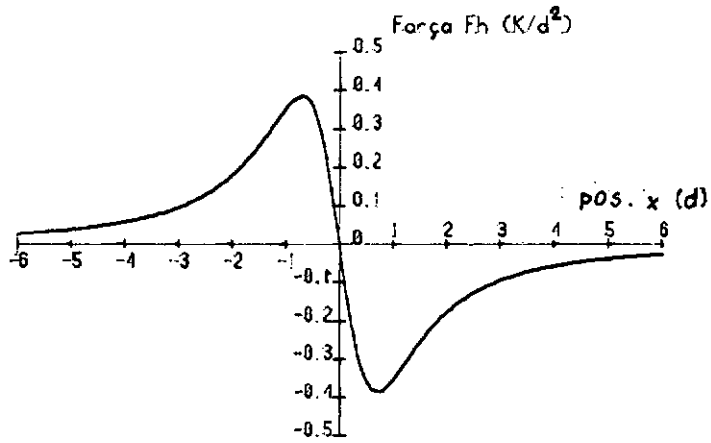


Figura A1 - (b)

Figura A1- Interação entre dois elementos polarizados com sinais opostos
(a) - o elemento A é fixo e o B móvel.

(b) - curva F_h versus posição x do elemento B.

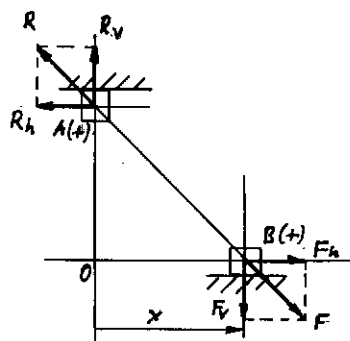


Figura A2 - (a)

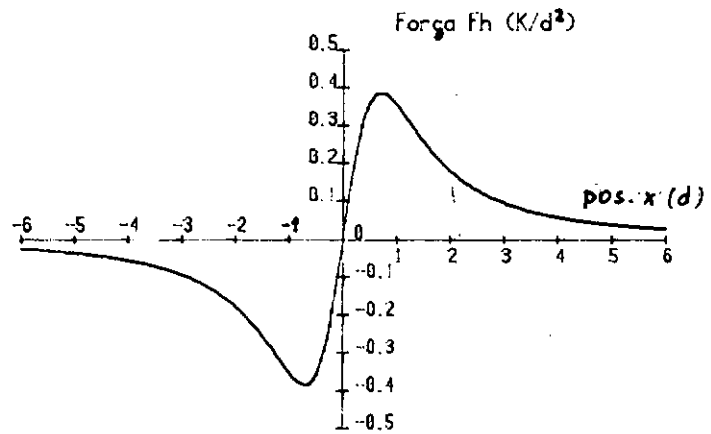


Figura A2 - (b)

Figura A2 - Interação entre dois elementos polarizados com sinais iguais
(a) - mesmas condições do esquema da figura anterior.

(b) - curva F_h versus posição x do elemento B.

onde,

K = constante

ℓ = distância entre os dois elementos

De acordo com a Figura A.1.a:

$$F_H = - \frac{K}{\ell^2} \cdot \frac{X}{\ell} = - \frac{KX}{\ell^3} \quad \text{para} \quad \ell = \sqrt{X^2 + d^2}$$

onde,

X = posição do elemento B

d = distância entre os elementos na origem

Simplificando:

$$F_H = - K \cdot \frac{X}{(X^2 + d^2)^{3/2}} \quad (A.1)$$

De posse desta equação é construído o gráfico da Figura A.1.b que fornece a força horizontal F_H (força motora) como função da posição linear.

Devido ao fato de ser uma expressão genérica, a força F_H é aqui apresentada tendo (K/d^2) como unidade de referência, onde K e d são constantes que dependem das dimensões e das características magnéticas dos elementos. Isto significa, que independente dos valores de K e d , a curva real será semelhante à curva da Figura A.1.b.

Analogamente, para o caso em que os dois elementos são de sinais iguais (Figura A.2.a), obtém-se a curva da Figura A.2.b a qual é igual a curva da Figura A.1.a invertida.

Continuando ainda com o modelo de um motor linear elementar, coloca-se agora uma barra de extremidades polarizadas com sinais opostos (Figura A.3). A força motora resultante (F_H) para cada posição linear do elemento móvel, é evidentemente, uma combinação resultante das curvas das Figuras A.1.b e A.2.b. De acordo com a Figura A.3, têm-se:

$$F_H = F_{HC} + F_{HB} = \left[\frac{K}{\ell_C^2} \cdot \frac{(b - X)}{\ell_C} \right] + \left[\frac{K}{\ell_B^2} \cdot \frac{X}{\ell_B} \right] = K \left(\frac{b - X}{\ell_C^3} + \frac{X}{\ell_B^3} \right)$$

$$\ell_C = \sqrt{(b - X)^2 + d^2}$$

$$\ell_B = \sqrt{X^2 + d^2}$$

$$F_H = K \cdot \left[\frac{b - X}{(b^2 - 2bX + X^2 + d^2)^{3/2}} + \frac{X}{(X^2 + d^2)^{3/2}} \right] \quad (A.2)$$

onde,

F_H = força motora horizontal atuante no elemento B

F_{HC} = força motora horizontal atuante no elemento C

ℓ_B = distância entre A e B

ℓ_C = distância entre A e C

Com a posse da equação (A.2), pode-se construir a curva da força motora (F_H), para diversos valores geométricos do comprimento da barra, (distância b de acordo com a Figura (A.3)), em relação à distância d (unidade de referência). Nas Figuras A.3 e A.5 aparecem o esquema para quando $b = d$ e $b = 2d$, respec

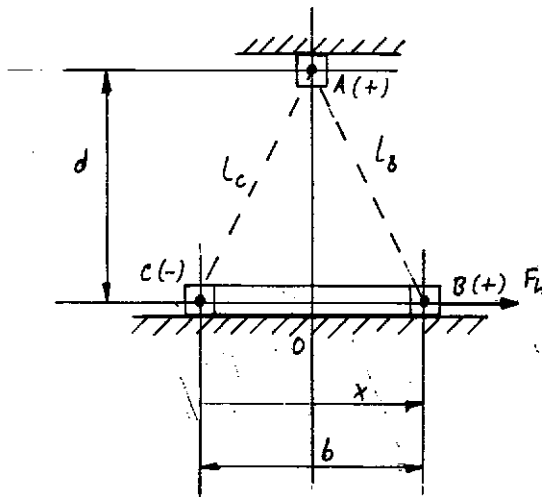


Figura A3 - Esquema de um motor linear elementar para $b=d$.

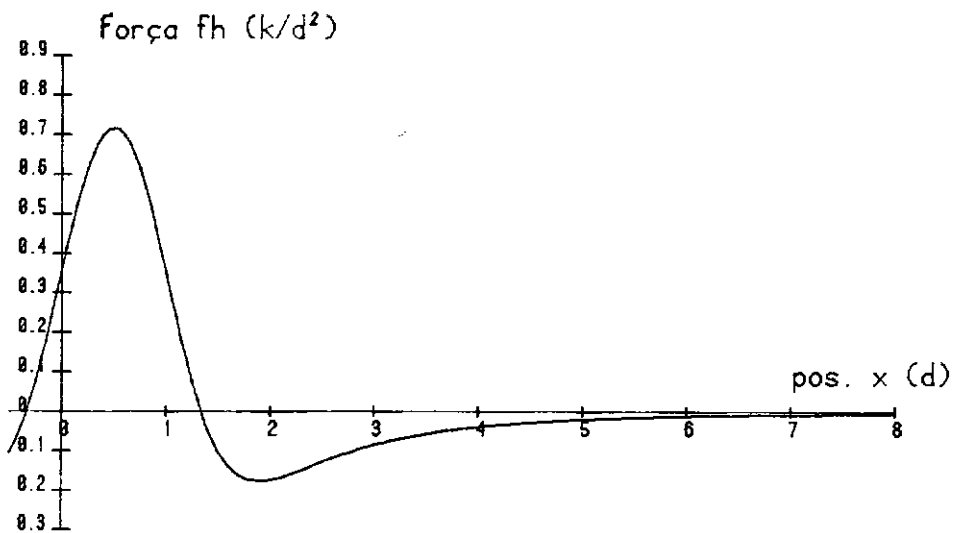


Figura A4 - Curva F_h versus x para o arranjo da figura A3.

tivamente. Os gráficos correspondentes da curva Força Motora (F_H) versus posição linear (X), são apresentados nas Figuras A.4 e A.6. Curvas para outras disposições, ($b = 4d$ e $b = 8d$), estão nas Figuras A.7 e A.8.

Da análise das curvas apresentadas nas Figuras A.4, A.6, A.7 e A.8, pode-se concluir que para diversas configurações geométricas a força fornecida pelo motor linear elementar, variará de diversas maneiras.

Dentre todas as curvas, a da Figura A.6 é a que atinge a maior amplitude de força e é aproximadamente uma senoide no intervalo em que força é positiva.

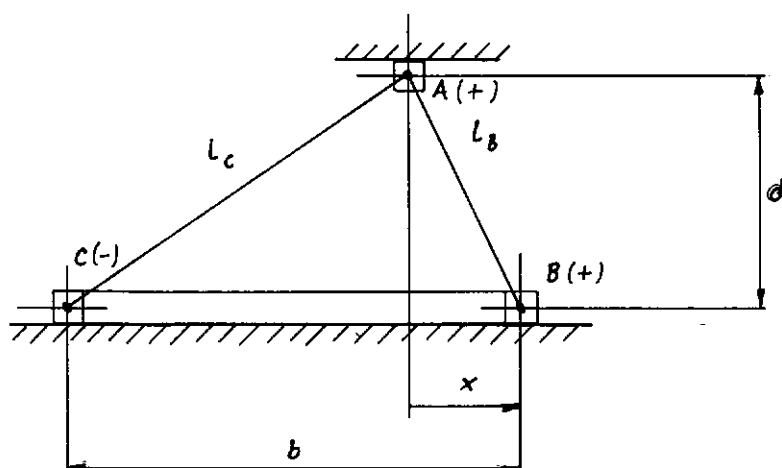


Figura A5 - Esquema de um motor linear elementar para $b=2d$.

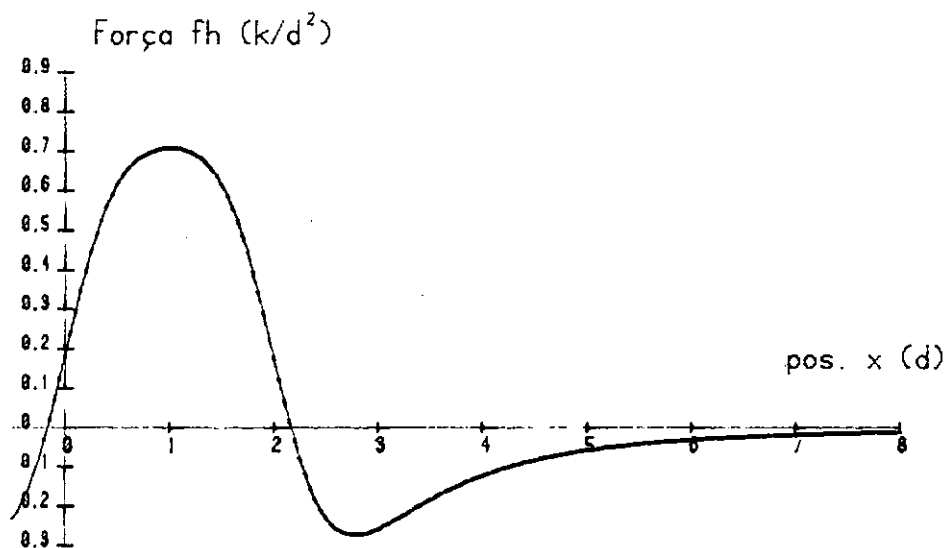


Figura A6 - Curva F_h versus x para o arranjo da figura A5

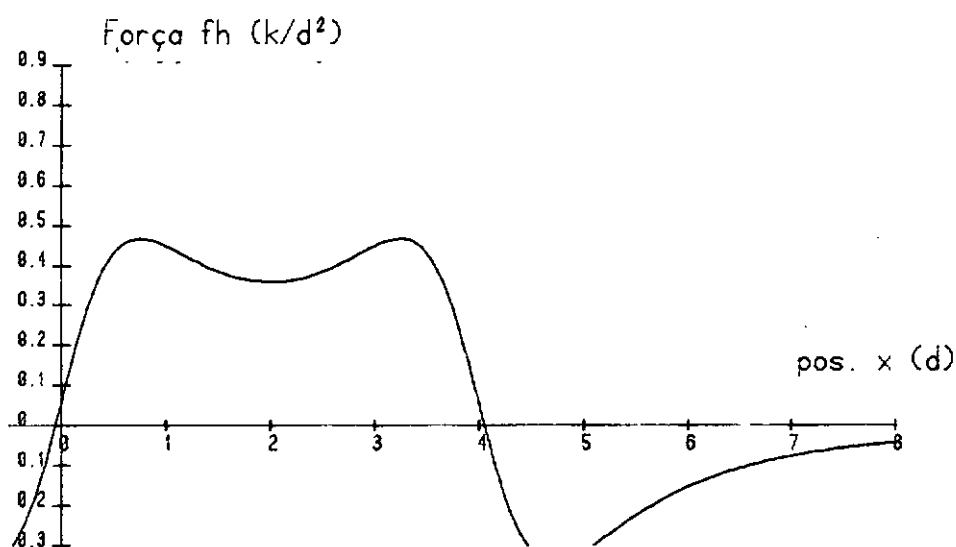


Figura A7 - Curva F_h versus x para $b=4d$.

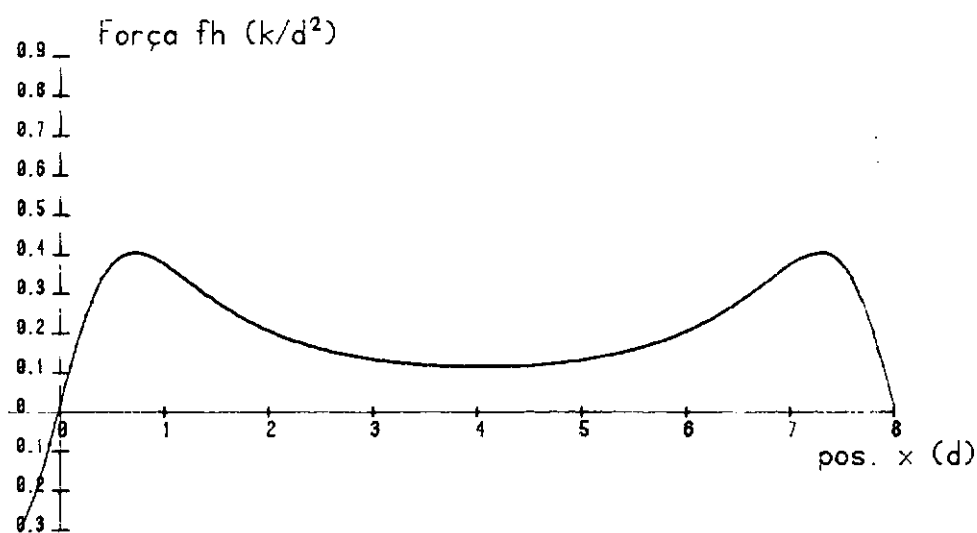


Figura A8 - Curva F_h versus x para $o=8d$.

APENDICE B

** TABELA DOS DADOS REFERENTES AS CURVAS DAS FIGURAS (4.6 e 4.7) **

Dados Numericos	Deslocamento (mm)	Voltagem 10k (volts)	Voltagem 1K (volts)
1	0	0.595	2.873
2	0.5	0.657	3.034
3	1	0.72	3.164
4	1.5	0.795	3.295
5	2	0.883	3.437
6	2.2	0.921	3.494
7	2.4	0.964	3.553
8	2.6	1.012	3.613
9	2.8	1.061	3.672
10	3	1.11	3.729
11	3.2	1.16	3.781
12	3.4	1.212	3.835
13	3.6	1.271	3.89
14	3.8	1.33	3.942
15	4	1.388	3.992
16	4.2	1.448	4.04
17	4.4	1.514	4.084
18	4.6	1.584	4.132
19	4.8	1.657	4.18
20	5	1.73	4.224
21	5.2	1.806	4.268
22	5.4	1.892	4.311
23	5.6	1.983	4.355
24	5.8	2.08	4.4
25	6	2.172	4.438
26	6.2	2.274	4.478
27	6.4	2.388	4.519
28	6.6	2.513	4.56
29	6.8	2.639	4.6
30	7	2.764	4.635
31	7.2	2.895	4.668
32	7.4	3.031	4.7
33	7.6	3.176	4.732
34	7.8	3.325	4.764
35	8	3.473	4.792
36	8.2	3.619	4.818
37	8.4	3.765	4.84
38	8.6	3.895	4.86
39	8.8	4.003	4.875
40	9	4.096	4.887
41	9.2	4.182	4.898
42	9.4	4.267	4.91
43	9.6	4.354	4.92
44	9.8	4.435	4.93
45	10	4.512	4.939
46	10.2	4.58	4.947
47	10.4	4.652	4.954
48	10.6	4.72	4.962
49	10.8	4.78	4.968
50	11	4.84	4.973
51	11.2	4.882	4.976
52	11.4	4.918	4.979
53	11.6	4.947	4.982
54	11.8	4.956	4.983
55	12	4.96	4.983

APÊNDICE C.

```

1 INIT
2 REM *** PROGRAMA QUE FORNECE O TORQUE DE UM MOTOR PASSO ***
3 REM *** A PASSO COMO FUNCAO DO POSICIONAMENTO ANGULAR ***
4 REM *** DO ROTOR ***
10 SET DEGREES
20 PAGE
100 PRINT "QUAL O VALOR GEOMETRICO DE D?"
200 INPUT D
250 H=D+1
300 PRINT "QUAL O INTERVALO? (ANGULO MIN., ANGULO MAX.)"
400 INPUT W1,W2
500 N=W2-W1
600 PRINT "QUAL O PASSO DO MOTOR? (EM GRAUS)"
700 INPUT P
800 Z=90/P
900 DIM F1(N),T1(Z),T2(Z),Q1(Z),Q2(Z),Y(N),Y1(N),Y2(N),Y3(N)
1000 L=1
1100 W3=0
1200 W4=0
1300 W=W1+1
1400 O0=2*P
1500 FOR I=1 TO N
1600 F1(I)=W+L
1700 S=1
1800 T3=0
1900 Q3=0
2000 FOR G=1 TO Z
2100 A=(G-1)*O0+F1(I)
2200 GOSUB 5000
2300 T1(G)=S*T
2400 A=G*O0-F1(I)
2500 GOSUB 5000
2600 T2(G)=S*T
2700 A=(G-0.5)*O0+F1(I)
2800 GOSUB 5000
2900 Q1(G)=S*T
3000 A=(G-0.5)*O0-F1(I)
3100 GOSUB 5000
3200 Q2(G)=S*T
3300 S=-S
3400 T3=T3+T1(G)+T2(G)
3500 Q3=Q3+Q1(G)+Q2(G)
3600 NEXT G
3700 Y1(I)=T3
3800 Y2(I)=Q3
3900 Y3(I)=Y1(I)+Y2(I)
4000 IF Y1(I)>W3 THEN 4200
4100 W3=Y1(I)
4200 IF Y1(I)<W4 THEN 4400

```

```

4300 W4=Y1(I)
4400 IF Y3(I)>W3 THEN 4600
4500 W3=Y3(I)
4600 IF Y3(I)<W4 THEN 4800
4700 W4=Y3(I)
4800 W=F1(I)
4900 NEXT I
4950 GO TO 6000
5000 T=H*SIN(A)/(H^2+1-2*H*COS(A))^1.5
5100 RETURN
6000 REM *** ROTINA TRACADORA DE GRAFICOS ***
6050 PRINT "QUER GRAFICO NA TELA (32) OU NO PLOTTER (1)?"
6060 INPUT K
6100 PRINT "QUAL A JANELA DA TELA? "
6200 PRINT "(XMIN,XMAX,YMIN,YMAX)"
6300 INPUT V1,V2,V3,V4
6350 PAGE
6400 WINDOW W1,W2,W3-10,W4+10
6500 VIEWPORT V1,V2,V3,V4
6600 AXIS @K:2,10,0,0
6650 GO TO 7400
6700 MOVE @K:F1(I),Y1(I)
6800 DRAW @K:F1,Y1
6900 MOVE @K:F1(I),Y2(I)
7000 DRAW @K:F1,Y2
7400 MOVE @K:F1(I),Y3(I)
7600 DRAW @K:F1,Y3
8000 IF K=1 THEN 8700
8100 MOVE 0,100
8200 PRINT "QUER O GRAFICO NO PLOTTER? (S/N)"
8300 INPUT A$
8400 IF A$="N" THEN 30900
8500 K=1
8600 GO TO 6600
8700 REM *** ROTINA PARA NUMERACAO DO EIXO VERTICAL ***
8705 PRINT @1,17:1.2,1.2
8710 A=-10
8720 FOR I=1 TO 2
8730 MOVE @K:0,A
8740 PRINT @K:A
8750 A=A+10
8760 NEXT I
8770 FOR I=1 TO 2
8780 MOVE @K:-2,A
8790 PRINT @K:A
8800 A=A+10
8810 NEXT I
8900 REM *** ROTINA PARA NUMERACAO DO EIXO HORIZONTAL ***
8910 A=-20
8920 FOR I=1 TO 6

```

```

8930 MOVE @K:A-1,-2
8940 IF A=0 THEN 8960
8950 PRINT @K:A
8960 A=A+10
8970 NEXT I
8980 PRINT @I,17:1.8,1.8
9000 MOVE @I:2,20
9100 PRINT @I:"Torque (K/r)"
9200 MOVE @I:23,-10
9300 PRINT @I:"Pos. Angular (graus)"
9400 GOSUB 40000
30000 REM *** ROTINA PARA COLOCACAO DE LEGENDA ***
30010 WINDOW V1,V2,V3,V4
30020 PRINT @I,17:1.8,1.8
30100 PRINT "QUAL E' A LEGENDA?"
30300 MOVE @I:V1-5,V3-4
30400 PRINT @K:A$
30500 PRINT "QUER ESCREVER NA OUTRA LINHA?(S/N)"
30700 IF B$="N" THEN 30900
30800 PRINT "QUAL E' A LEGENDA?"
30820 MOVE @I:V1-5,V3-6
30830 PRINT @I:C$
30900 END
40000 REM *** ROTINA QUE CALCULA UMA SENOIDE ***
40100 DIM S1(N)
40200 FOR I=1 TO N
40300 S1(I)=W4*SIN(Z*(F1(I)+P/2))
40400 NEXT I
40500 C=0
40600 FOR I=1 TO N
40700 IF C=1 THEN 50000
40800 MOVE @K:F1(I),S1(I)
40900 C=1
40950 GO TO 50200
50000 DRAW @K:F1(I),S1(I)
50100 C=0
50200 NEXT I
50300 RETURN

```

APÊNDICE D.

```

1 INIT
2 REM *** SIMULACAO COMPUTACIONAL ***
10 PAGE
20 REM * INERCIA DO ROTOR E DA CARGA *
22 I0=2
24 I1=I0/981
26 I9=100
28 I2=I9/981
30 PRINT "QUAL O ATRITO ESTATICO DO MOTOR? (gfxcn)"
40 INPUT M1
45 M9=M1
50 M2=4*M1/3
60 PRINT "QUAL O ATRITO ESTATICO DA CARGA?(gfxcn)"
70 INPUT P1
75 P9=P1
80 P2=4*P1/3
84 PRINT "QUAL E' O HOLDING TORQUE? (gfxcn)"
86 INPUT Q
90 PRINT "QUAL A RIGIDEZ DO SISTEMA? (gfxcn)"
100 INPUT R
120 P=7.5
130 PRINT "QUAL A FREQUENCIA DO MOTOR? (Hz)"
140 INPUT U
145 PRINT "NUMERO DE INTERVALOS DE INTEGRACAO POR PASSO?"
146 INPUT L
150 PRINT "NUMERO DE PASSOS DO MOTOR?"
160 INPUT N1
164 PRINT "RESOLUCAO GRAFICA?"
166 INPUT N2
170 REM * RAIOS DAS POLIAS DO ROTOR E DA CARGA *
180 R1=0.35
190 R2=1
200 PAGE
210 M1=M1/I1
220 M2=M2/I1
230 P1=P1/I2
240 P2=P2/I2
250 K1=R/I1
260 K2=R/I2
270 K7=Q/I1
280 J=90/P
282 E=N1*L
285 N=1
286 I8=I9
287 C=1
288 D=E/N2
289 DIM X(D),Z(D),T(D)
290 X0=PI*P/180
300 Z0=0

```



```

310 V0=0
320 W0=0
325 T(1)=0
326 T6=0
330 X(1)=0
331 X5=0
340 V=0
350 W=0
360 Z(1)=0
361 Z5=0
370 T2=0
380 MOVE 0,0
390 REM * INCREMENTO *
400 T8=1/U
410 H=T8/L
415 T5=256/(4*T8)
420 FOR I=2 TO E
430 T1=Q*SIN(J*X0)
440 X8=X0
450 X9=X0
460 V1=V0
470 Y7=V1
480 GOSUB 1100
490 F1=F
500 X9=X0+V1*H/2
510 V2=V0+F1*H/2
520 Y7=V2
530 GOSUB 1100
540 F2=F
550 X9=X0+V2*H/2
560 V3=V0+F2*H/2
570 V7=V3
580 GOSUB 1100
590 F3=F
600 X9=X0+V3*H
610 V4=V0+F3*H
620 Y7=V4
630 GOSUB 1100
640 F4=F
650 V=V0+(F1+2*F2+2*F3+F4)*H/6
655 GOSUB 1500
660 V0=V
670 X0=X0+(V1+2*V2+2*V3+V4)*H/6
680 X5=X8-X0+X5
690 Z9=Z0
700 W1=W0
710 Z8=W1
720 GOSUB 1200
730 G1=G
740 Z9=Z0+V1*H/2

```

```

750 W2=W0+G1*H/2
760 Z8=W2
770 GOSUB 1200
780 G2=G
790 Z9=Z0+W2*H/2
800 W3=W0+G2*H/2
810 Z8=W3
820 GOSUB 1200
830 G3=G
840 Z9=Z0+V3*H
850 W4=W0+G3*H
860 Z8=W4
870 GOSUB 1200
880 G4=G
890 W=W0+(G1+2*G2+2*G3+G4)*H/6
895 GOSUB 1600
900 W0=W
910 Z5=Z0+(W1+2*W2+2*W3+W4)*H/6
920 Z0=Z5
930 T6=T2+H
940 T2=T6
950 IF I<N2*C THEN 970
951 IF I=N2*C THEN 970
952 X(C+1)=X5
954 Z(C+1)=Z5
956 T(C+1)=T6
958 C=C+1
970 IF T6>N*T8 THEN 990
980 GO TO 1010
990 N=N+1
1000 X0=X0+P*PI/180
1010 NEXT I
1020 GO TO 3000
1100 A1=M1*SGN(Y7)
1105 REM *** Q1=TORQUE TOTAL ATUANTE ***
1110 Q1=K7*SIN(J*X9)+K1*R1*(R2*Z0-R1*X5)
1120 F=-(A1+Q1)
1130 RETURN
1200 REM *** Q2=TORQUE TOTAL ATUANTE NA POLIA ***
1202 Q2=K2*R2*(R2*Z9-R1*X5)
1210 A2=P1*SGN(Z8)
1220 G=-(A2+Q2)
1230 RETURN
1500 REM *** TESTANDO A ATUACAO DO ATRITO NO MOTOR ***
1505 IF V0=0 THEN 1520
1510 IF V/V0>0 THEN 1550
1520 IF ABS(Q1)>M2 THEN 1550
1530 V=0
1540 GO TO 680
1550 RETURN

```

```

1600 REM *** TESTANDO A ATUACAO DO ATRITO NA POLIA ***
1605 IF W0=0 THEN 1620
1610 IF W/W0>0 THEN 1650
1620 IF ABS(Q2)>P2 THEN 1650
1630 W=0
1640 Z5=Z0
1645 GO TO 930
1650 RETURN
3000 K=32
4150 T=T5*T
4300 X=1000*R1*X
4400 Z=1000*R2*Z
4403 VIEWPORT 10,110,10,90
4404 WINDOW 0,255,0,512
4406 MOVE @K:T(1),X(1)
4408 DRAW @K:T,X
4410 MOVE @K:T(1),Z(1)
4412 DRAW @K:T,Z
4416 MOVE @K:20,0
4420 PRINT @K:"T=";Q;" IP=";I9;" ATM=";MI;" ATP=";P1;" F=";U;" K=";R
4430 IF K=1 THEN 4500
4440 PRINT "VOCE QUER PRINTAR NO PLOTTER?(S/N)"
4450 INPUT A$
4460 IF A$="N" THEN 4500
4470 K=i
4480 GO TO 4406
4500 END

```